Ex 1 :

1°) On détermine $f'(-2)$ graphiquement, c'est la pente de la tangente au point d'abscisse – 2.

$f'(-2)=\frac{V}{H}=\frac{3}{2}=1{,}5$ donc FAUX.

2°) On remarque que
Figure 1 : 1
F2 : 1 + 4 = 5
F3 : 5 + 7 = 12
F4 : 12 + 10 = 22
En extrapolant :
F5 : 22 + 13 = 35
F6 : 35 + 16 = 51
F7 : 51 + 19 = 70
F8 : 70 + 22 = 92
En effet, on ajoute 3 segments de points, chaque segment étant augmenté de 1 par rapport à l'étape précédente.

Donc VRAI

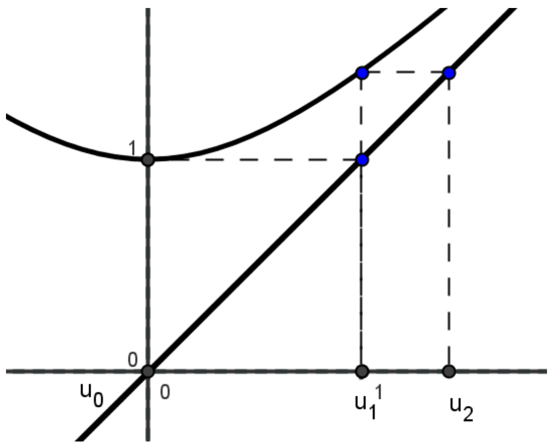
3°) $u_0=2$, $u_1=\frac{1}{u_0+1}=\frac{1}{3}$, $u_2=\frac{1}{\frac{1}{3}+1}=\frac{3}{4}$, ainsi $u_0>u_1$ *mais* $u_1<u_2$

La suite n'est ni croissante, ni décroissante, FAUX

Ex 2 :

1°) $u_1=\sqrt{1+u_0^2}=\sqrt{1+0^2}=1$ *et* $u_2=\sqrt{1+1^2}=\sqrt{2}$

2°)



3°) a) $v_0=0^2=0,\ v_1=1^2=1$ *et* $v_2=\sqrt{2}^2=2$, la suite semble croissante.

b) On étudie le signe de la différence pour tout *n* entier naturel.

$v_{n+1}-v_n=u_{n+1}{}^2-u_n^2=u_n^2+1-u_n^2=1$ qui est strictement positif.

Donc, pour tout *n* entier naturel, $v_{n+1}>v_n$, la suite est bien croissante.

Ex 3 :

A l'aide de la calculatrice, on détermine moyenne et écart-type pour l'entreprise P.Kein.

$\bar{x}\approx 99{,}66$ *et* $\sigma\approx 1{,}648$.

Il y a 90 valeurs.

90 / 4 = 22,5 et 3/4 de 90 = 67,5, donc les quartiles 1 et 3 sont respectivement les 23° et 68° valeurs.

Ainsi : quartile 1 = 99 et quartile 3 = 101.

On peut maintenant pour chaque entreprise déterminer $[\bar{x}-2\sigma\,;\bar{x}+2\sigma]$ et l'interquartile Q_3-Q_1 .

Pour P.Kein : $[\bar{x}-2\sigma\,;\bar{x}+2\sigma]$ donne environ [96,364 ; 102,956]
Interquartile = 2
Ainsi, 81 / 90 soit 90 % de la production vérifie le critère A.

Pour B.Jing : $[\bar{x}-2\sigma\,;\bar{x}+2\sigma]$ donne [120,66 ; 128,52]
Interquartile = 3
Ainsi, 100 % de la production vérifie le critère A.

A préférera B.Jing car le pourcentage trouvé est plus élevé , B préférera P.Kein car l'interquartile est plus petit.

<u>Ex 4 :</u>

<u>Partie 1</u> : $f(x)=\frac{1}{4}x^2+2$

1°) Pour h différent de 0, $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{\frac{1}{4}(2+h)^2+2-3}{h}=\frac{h+\frac{1}{4}h^2}{h}=1+\frac{1}{4}h$ qui tend vers 1 quand h tend vers 0.
Donc, *f* est dérivable en 2 et *f ' (2) = 1.*

2°) Pour h différent de 0, $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\frac{\frac{1}{4}(a+h)^2+2-\frac{1}{4}a^2-2}{h}=\frac{\frac{1}{2}ah+\frac{1}{4}h^2}{h}=\frac{1}{2}a+\frac{1}{4}h$ qui tend vers $\frac{a}{2}$ quand h tend vers 0.
Donc, *f* est dérivable en *a* et *f ' (a) = a / 2.*

<u>Partie 2 :</u>

1°) (T_a) a une équation de la forme *y = mx + p* avec $m=f'(a)=\frac{a}{2}$

Ainsi : $y=\frac{a}{2}x+p$

Or, le point $A(a,f(a))$ c'est à dire $A(a,\frac{1}{4}a^2+2)$ est un point de (T_a) .

Ainsi : $\frac{1}{4}a^2+2=\frac{a}{2}\times a+p$ d'où $p=-\frac{a^2}{4}+2$

Équation de (T_a) : $y=\frac{a}{2}x+2-\frac{a^2}{4}$

2°) $P(2,0)\in(T_a)\Leftrightarrow\frac{a}{2}\times 2+2-\frac{a^2}{4}=0\Leftrightarrow-\frac{1}{4}(a^2-4a-8)=0\Leftrightarrow a^2-4a-8=0$

3°) Δ = 48
Δ > 0 il y a donc deux solutions réelles.

$a_1=\frac{4+\sqrt{48}}{2}=2+2\sqrt{3}$ *et* $a_2=2-2\sqrt{3}$

4°) Les solutions ci-dessus sont les abscisses des points A et B.
On détermine leurs ordonnées.
On obtient $A(2-2\sqrt{3}\,;6-2\sqrt{3})$ *et* $B(2+2\sqrt{3}\,;6+2\sqrt{3})$
On calcule alors les distances Ap et BP, on obtient : $AP=\sqrt{51-24\sqrt{3}}$ *et* $BP=\sqrt{51+24\sqrt{3}}$

Ex 5 :

a. Si α = $\frac{19\pi}{3}$, alors l'algorithme affichera $\frac{\pi}{3}$.

Cet algorithme permet d'obtenir la mesure principale d'un angle dont une mesure est strictement supérieure à π.

b.

Variable	α est un réel **négatif**
Entrée	….
Traitement	Si $\alpha \leq -\pi$ alors Tant que $\alpha \leq -\pi$, α prend la valeur **α + 2 π** Fin tant que Fin de si
Sortie	Afficher α

c. $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OL}) = \frac{-11\pi}{6}$ [2π] = $\frac{\pi}{6}$ [2π] ([2π] signifiant pour nous « à 2kπ près, k entier relatif »)

d. $(\overrightarrow{OL};\overrightarrow{OK}) = (\overrightarrow{OL};\overrightarrow{OI}) + (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OK}) [2\pi]$

$= -(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OL}) + (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OK}) [2\pi]$

$= \frac{11\pi}{6} + \frac{25\pi}{4} \quad [2\pi]$

$= \frac{194}{24}\pi \quad [2\pi]$

$= \frac{1}{12}\pi \quad [2\pi]$

Par construction, on a OLK triangle isocèle direct en O.

Donc : (1) $(\overrightarrow{LK};\overrightarrow{LO}) = (\overrightarrow{KO};\overrightarrow{KL}) \quad [2\pi]$

(2) $(\overrightarrow{LK};\overrightarrow{LO}) + (\overrightarrow{KO};\overrightarrow{KL}) + (\overrightarrow{OL};\overrightarrow{OK}) = \pi \quad [2\pi]$

(3) $(\overrightarrow{OL};\overrightarrow{OK}) = \frac{1}{12}\pi \quad [2\pi]$

Il vient, en injectant (1) et (3) dans (2) que $(\overrightarrow{LK};\overrightarrow{LO}) = \frac{11}{24}\pi \quad [2\pi]$

e. Cos (2α) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⇔ Cos (2α) = Cos ($\frac{\pi}{6}$) ⇔ 2α = $\frac{\pi}{6}$ $+2k\pi$ ou 2α = - $\frac{\pi}{6}$ $+2k\pi$ avec k entier relatif

⇔ α = $\frac{\pi}{12}$ $+k\pi$ ou α = - $\frac{\pi}{12}$ $+k\pi$ avec k entier relatif

Ce qui nous donne

k=0	$\frac{\pi}{12}$	- $\frac{\pi}{12}$
k=1	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$
k=-1	$\frac{-11\pi}{12}$	$\frac{-13\pi}{12}$

Et donc 4 solutions dans]–π ; π] : $\frac{\pi}{12}$, - $\frac{\pi}{12}$, $\frac{11\pi}{12}$, $\frac{-11\pi}{12}$

BONUS :

On sait que $\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 - \left(\frac{1+\cos\left(2\frac{\pi}{12}\right)}{2}\right)$

$= 1 - \left(\frac{1+\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{2}\right)$

$= 1 - \left(\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}\right)$

$= 1 - \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Donc $\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$ et $\frac{\pi}{12} \in [0 ; \pi]$ donc $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) > 0$.

Il vient que $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ est $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}$.