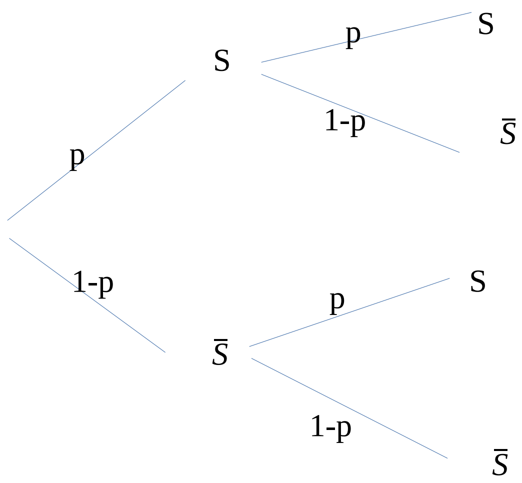
Ex 1 :

Soit X variable aléatoire de loi binomiale de paramétres n = 2 et p.
On peut modéliser par l'arbre suivant :



X prend pour valeurs le nombre de succès.

Ainsi : $p(X=0)=(1-p)^2$

$p(X=1)=2p(1-p)$

$p(X=2)=p^2$

D'où : $E(X)=0\times p(X=0)+1\times p(X=1)+2\times p(X=2)=2p(1-p)+2p^2=2p-2p^2+2p^2=2p$

Ex 2 :

1°) On calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}(-5;-2)$ et $\vec{BC}(2;-6)$

$\vec{AB}.\vec{BC}=-5\times 2+(-2)\times(-6)=2$

Le produit scalaire n'est pas nul et donc les droites ne sont pas perpendiculaires.
FAUX

2°) Les normes de vecteurs étant positives,

$\|\vec{u}+\vec{v}\|=\|\vec{u}-\vec{v}\|$

$\Leftrightarrow\|\vec{u}+\vec{v}\|^2=\|\vec{u}-\vec{v}\|^2$

$\Leftrightarrow(\vec{u}+\vec{v})^2=(\vec{u}-\vec{v})^2$

$\Leftrightarrow\vec{u}^2+2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2=\vec{u}^2-2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$

$\Leftrightarrow 4\vec{u}.\vec{v}=0$

$\Leftrightarrow\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux

VRAI

3°) Le dessin de la courbe de la fonction dérivée nous indique que la dérivée est négative sur [12,5 ; 25].
Donc, sur cet intervalle la fonction C est décroissante.
FAUX.

Ex 3 :

1°) On étudie le signe de $u_{n+1}-u_n=2{,}5^{n+1}-2{,}5^n=2{,}5^n(2{,}5-1)=2{,}5^n\times1{,}5$ qui est positif pour tout n entier.
Donc la suite est croissante.
2°)

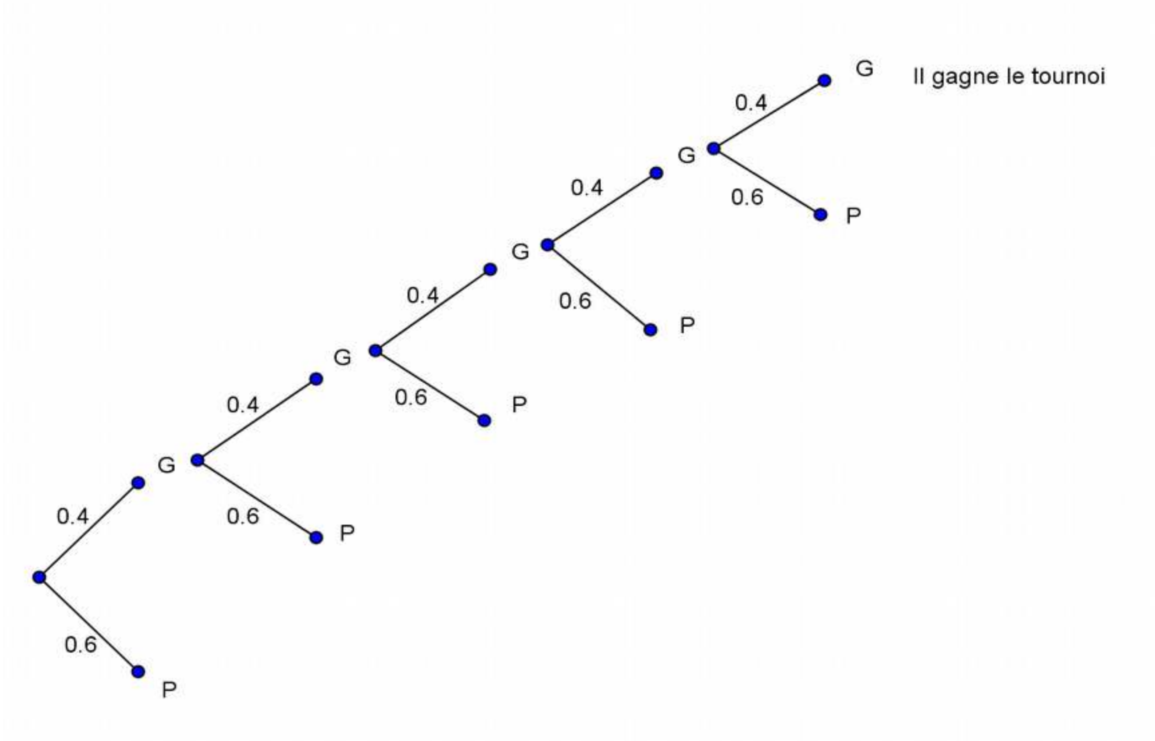
n	0	1	2	3	4	5	6
U	1	2,5	6,25	15,625	39,062	97,656	244,14

L'algorithme affiche 6, la valeur à partir de laquelle u_n dépasse 100.

Pour que la variable S soit choisie par l'utilisateur,
on remplace S prend la valeur 100 par Saisir S.

3°) D'après la calculatrice, $u_{20}\approx 9.10^7$ *et* $u_{30}\approx 8{,}6.10^{11}$, il semble que la suite tende vers $+\infty$.

Ex 4 :
1°)



2°) p(X = 0) = 0,6 (il perd à la 1° rencontre)
$p(X=1)=0{,}4\times0{,}6=0{,}24$ (il gagne la 1° et perd la 2°)
$p(X=2)=0{,}4^2\times0{,}6=0{,}096$
$p(X=3)=0{,}4^3\times0{,}6=0{,}0384$
$p(X=4)=0{,}4^4\times0{,}6=0{,}01536$
$p(X=5)=0{,}4^5=0{,}01024$

3°) p(Noé ne gagne pas le tournoi) = 1 – p(Noé gagne) = 1 – p (X = 5) = 0,98976

4°) Il répète 5 fois de façons identiques et indépendantes une expérience à 2 issues possibles (Jazz ou pas Jazz).
Donc, Y, la variable aléatoire dénombrant le nombre de morceaux de Jazz écouté, suit une loi binomiale de paramètres *n = 5* et *p = p (Jazz) = 90/190 = 9/19*
On souhaite calculer $p(Y=3)=\binom{5}{3}(9/19)^3\times(10/19)^2\approx 0{,}294$

Ex 5 :

a) Pour tout x réel, x^2+3 est différent de 0. Donc, l'ensemble de définition de *f* est $\mathbb{R}$.

b) On pose $u(x)=2x^2+12x+18$ *et* $v(x)=x^2+3$

On a : $u'(x)=4x+12$ *et* $v'(x)=2x$

Ainsi :

$$f'(x)=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}=\frac{(4x+12)(x^2+3)-(2x^2+12x+18)(2x)}{(x^2+3)^2}=\frac{-12x^2-24x+36}{(x^2+3)^2}$$

c) $(x^2+3)^2>0$ pour tout x réel.

Donc, *f ' (x)* est du signe de $-12x^2-24x+36$.

Δ = 2304

Δ > 0 donc le polynome est du signe de a (a = -12) donc négatif à l'extérieur de l'intervalle formé par les racines, c'est à dire [- 3 ; 1]

Ainsi :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
Signe de *f ' (x)*		-	0	+	0	-	
Variation de *f*		↘	0	↗	8	↘	

d) La dérivée s'annule en changeant de signes en – 3 et en 1, donc la fonction *f* possède deux extrémas locaux 0 en – 3 et 8 en 1.

e) La tangente au point d'abscisse 0 a une équation de la forme *y = ax + b*

avec *a = f ' (0) = 4*

D'où *y = 4 x + b.*

Or, *(0 ; f (0)),* c'est à dire *(0 ; 6)* appartient à la courbe.

Donc, *b = 6.*

Équation : *y = 4 x + 6*

Problème :

On pose *x = AM.* $0\leq x\leq 10$

L'aire du carré est x^2.

Les deux côtés de l'angle droit du triangle rectangle font *10 – x.*

D'où l'aire du triangle est $\frac{(10-x)^2}{2}$

Ainsi, l'aire du logo est $A(x)=x^2+\frac{(10-x)^2}{2}$ = $\frac{3}{2}x^2-10x+50$

On étudie la fonction *A.*

$A'(x)=3x-10$ qui est une fonction affine.

$A'(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\geq\frac{10}{3}$

D'où le tableau de variation suivant :

x	0		10/3		10
Signe de *A ' (x)*		-	0	+	
Variation de *A*	50	↘	100/3	↗	100

Le logo a une aire minimale pour M placé au tiers du segment [AD].

L'aire est alors 100/3 cm².