



Classe de Seconde

**DEVOIR COMMUN
DE
MATHÉMATIQUES**

Lundi 16 février 2015

Durée de l'épreuve : 2 H 00

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il se compose de 5 exercices. Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Le devoir est noté sur 20 points.

La maîtrise de la langue, la qualité de la rédaction et le soin apporté à la copie entrent pour une part importante dans l'évaluation.

**Les annexes numérotées de 1 à 3 sont à détacher et à rendre avec votre copie.
Le reste du sujet ne doit pas être rendu avec la copie**

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Exercice 1 : (2,5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées, **une seule est exacte**.

Aucune justification n'est demandée dans cet exercice.

On donne le tableau de variation d'une fonction f :

x	-7	-5	-1	6	10
$f(x)$		2		3	
	0,01		-5		1

Pour chacune des cinq questions, écrire sur votre copie le numéro de la question et la lettre A, B, C ou D correspondant à la bonne réponse.

N°	Question	A	B	C	D
1	L'ensemble de définition de f est	\mathbb{R}	$[-7; 10]$	$[0,01; 1]$	On ne peut savoir
2	L'image de -5 par f est	2	-1	-5	On ne peut savoir
3	Combien 0 a-t-il d'antécédents ?	0	1	2	On ne peut savoir
4	Comparer $f(-3)$ et $f(-4)$	$f(-3) > f(-4)$	$f(-3) < f(-4)$	$f(-3) = f(-4)$	On ne peut savoir
5	Comparer $f(4)$ et $f(7)$	$f(4) > f(7)$	$f(4) < f(7)$	$f(4) = f(7)$	On ne peut savoir

Exercice 2 : (5 points)

La figure sera complétée au fur et à mesure des questions dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ donné en **annexe 1**.

- 1) Placer les points $A(-3; 4)$, $B(6; 1)$ et $C(-3; -2)$.
- 2) Calculer les coordonnées du point K milieu du segment $[BC]$.
- 3)
 - a) Construire la droite (d) médiatrice du segment $[BC]$.
 - b) Soit $M(x; y)$ un point de (d) . Exprimer MB^2 et MC^2 en fonction de x et y .
 - c) En déduire que l'équation de la droite (d) est : $y = -3x + 4$.
- 4) Placer le point $P(1; 1)$. Le point P appartient-il à la droite (d) ? Justifier votre réponse par le calcul.

(suite page suivante)

5) On considère l'algorithme suivant :

Variables
 X est un nombre
 Y est un nombre
 l est un nombre
Début
Lire X
Lire Y
 l prend la valeur $\sqrt{(X - 1)^2 + (Y - 1)^2}$
Afficher l
Fin

- a) Que fait de cet algorithme, en lien avec l'exercice ?
- b) Compléter le tableau donné en **annexe 1** en faisant fonctionner cet algorithme pour les valeurs X et Y données.
- c) En déduire ce que représente le point P pour le triangle ABC . Justifier votre réponse et traduisez-la par une construction sur la figure.

Exercice 3 : (5 points)

Dans un village, la taxe d'habitation à payer par les habitants est proportionnelle à la surface habitable de leur logement. Le tableau ci-dessous donne la répartition des logements du village selon leur surface habitable :

Surface habitable du logement en m^2	[10; 40[[40; 70[[70; 100[[100; 120[[120; 140[[140; 170[Total
Effectif	14	24	54	64	32	12	

- 1)
 - a) Déterminer une valeur approchée, arrondie à l'unité, de la surface habitable moyenne des logements de ce village. On utilisera le centre de chaque classe et le calcul effectué devra apparaître sur la copie.
 - b) En déduire une valeur approximative (en euros) de la taxe par mètre carré habitable que doit décider le conseil municipal de ce village pour espérer récolter 200 000 € de taxe d'habitation.
- 2) Compléter le tableau des fréquences cumulées croissantes figurant en **annexe 2**.
- 3) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes sur le graphique figurant en **annexe 2**.
- 4) Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés nécessaires, donner une valeur aussi précise que possible de la médiane et des premier et troisième quartiles de cette série.

Dans la suite, vous préciserez quel(s) paramètre(s) vous utilisez pour répondre aux questions posées :

- 5) Un membre du conseil municipal propose d'exonérer la moitié des personnes : celles dont les surfaces habitables sont les plus faibles. Une personne dont le logement a une surface habitable de $100 m^2$ serait-elle exonérée ? Justifier. (* exonérer signifie "ne pas faire payer")
- 6) Un autre membre du conseil municipal propose, cette fois, d'exonérer le quart seulement des personnes : celles dont les surfaces habitables sont les plus faibles. Une personne dont l'appartement a pour superficie $80 m^2$ serait-elle exonérée ? Justifier.

Exercice 4 : (6 points)

On considère les fonctions $f(x) = (x + 3)^2 - 16$ et $g(x) = 2x + 5$, définies sur \mathbb{R} .

On appelle (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthogonal.

La courbe (C_f) est tracée sur le graphique en **annexe 3**.

- 1)
 - a) Préciser la nature de la fonction g .
 - b) Dans un tableau, donner le signe de la fonction g .
 - c) Tracer la courbe (C_g) sur le même graphique que (C_f) .
- 2) Lectures graphiques (aucun calcul n'est demandé).
 - a) Quels sont, s'il en existe, les antécédents de 9 par la fonction f ?
 - b) Quel est l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$?
- 3)
 - a) Donner la forme développée et réduite du nombre $f(x)$.
 - b) Donner la forme factorisée du nombre $f(x)$.
- 4) On admet que $f(x)$ peut s'écrire sous les trois formes suivantes :

$$. f(x) = (x + 3)^2 - 16$$

$$. f(x) = x^2 + 6x - 7$$

$$. f(x) = (x - 1)(x + 7)$$

En utilisant l'expression la plus adaptée :

- a) Calculer $f(-5)$.
- b) Résoudre l'équation $f(x) = 16$
- c) Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.

Exercice 5 : (1,5 point)

a est un nombre réel strictement positif. (P) est une pyramide à base carrée de côté a et de hauteur a . (C) est un cylindre de hauteur a et de base un disque de rayon 2.

Pour quelle valeur de a le volume de (P) sera-t-il égal au volume de (C) ? On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

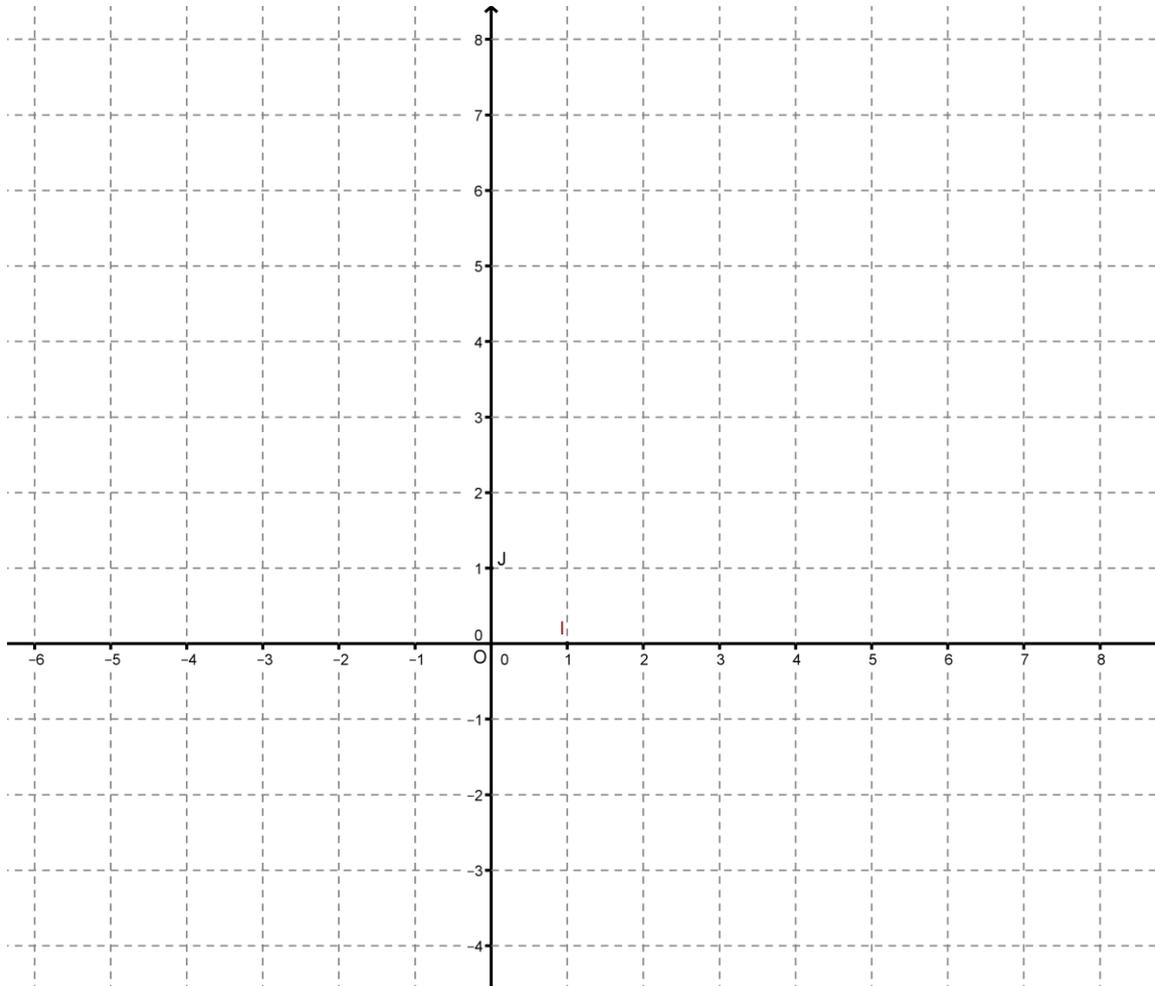
On rappelle les formules suivantes :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{B \times h}{3} \quad \text{et} \quad \text{Volume d'un cylindre} = B \times h$$

Annexes à détacher et à rendre avec la copie

Nom et Prénom :

Annexe 1 : (exercice 2)



Question 5) b)

Valeur de X	Valeur de Y	Valeur de l
-3	4	
6	1	

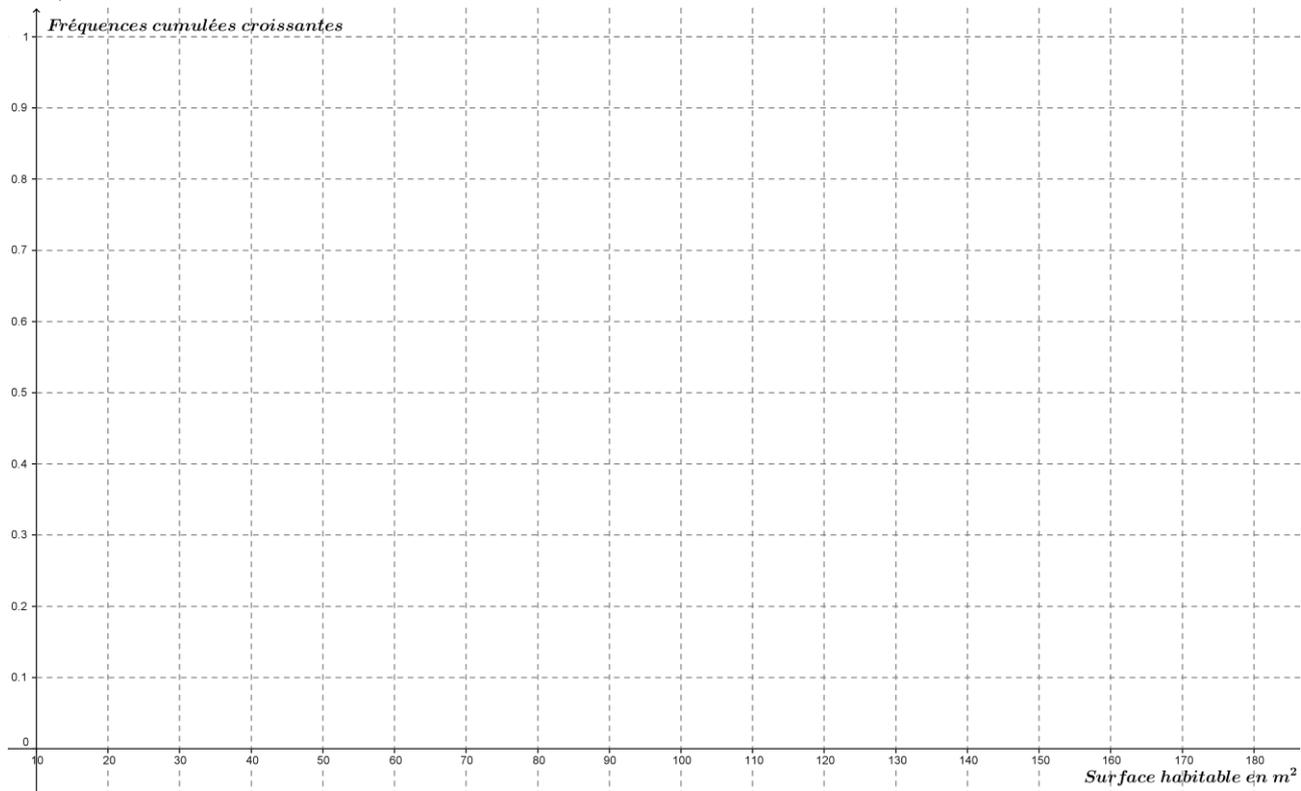
Annexe 2 : (Exercice 3)

Question 2)

Surface habitable du logement en m^2	[10; 40[[40; 70[[70; 100[[100; 120[[120; 140[[140; 170[Total
Effectif	14	24	54	64	32	12	
Fréquences							1
Fréquences cumulées croissantes							

Tourner SVP

Question 3)



Annexe 3 : (exercice 4)

