



**Classe de Seconde**

**DEVOIR COMMUN  
DE  
MATHÉMATIQUES**

Vendredi 14 février 2014

**Durée de l'épreuve : 2 H 00**

---

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.  
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il se compose de 4 exercices. Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Le devoir est noté sur 20 points.

La maîtrise de la langue, la qualité de la rédaction et le soin apporté à la copie entrent pour une part importante dans l'évaluation.

**Les annexes numérotées de 2 à 4 sont à détacher et à rendre avec votre copie.**

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

## Exercice 1 : (7,5 points)

Les parties A, B et C de cet exercice sont largement indépendantes.

### Partie A : lectures graphiques

Sur le graphique figurant en **annexe 1** on a tracé sur  $\mathbb{R}$  les courbes représentatives  $(C_f)$  et  $(C_g)$  de deux fonctions  $f$  et  $g$ .

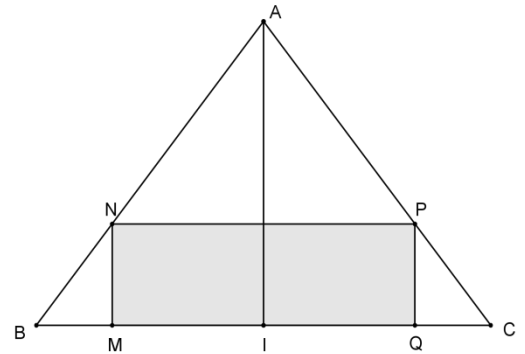
- 1) Quelle est l'image de 0 par la fonction  $g$  ?
- 2) Quels sont, s'il en existe, les antécédents de 0 par la fonction  $f$  ?
- 3) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .
- 4) À l'aide du graphique, dresser le tableau de variation de la fonction  $g$ .
- 5) À l'aide du graphique, construire un tableau donnant le signe de la fonction  $f$ .

### Partie B : calculs d'aires

$ABC$  est un triangle isocèle de sommet principal  $A$  tel que  $AB = AC = 5$  et  $BC = 6$ .

On désigne par  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ . À tout point  $M$  du segment  $[BI]$ , on associe le rectangle  $MNPQ$  comme le montre la figure ci-contre,  $I$  étant alors le milieu du segment  $[MQ]$ . On pose :  $BM = x$ .

Dans cette partie on appelle  $f$  la fonction qui à  $x$  associe l'aire  $f(x)$  du rectangle  $MNPQ$  et on appelle  $g$  la fonction qui à  $x$  associe l'aire  $g(x)$  du triangle  $ANP$



- 1) Quel est l'ensemble de définition  $\mathcal{D}$  des fonctions  $f$  et  $g$  ainsi définies ?
- 2) Calculer la longueur  $AI$ .
- 3) Démontrer que  $MN = \frac{4}{3}x$  et que  $MQ = 6 - 2x$
- 4) En déduire que, pour tout  $x$  appartenant à  $\mathcal{D}$ ,

$$f(x) = \frac{4}{3}x(6 - 2x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{4}{3}x^2 - 8x + 12$$

### Partie C : lien entre les parties A et B

Les courbes représentatives  $(C_f)$  et  $(C_g)$  représentées sur  $\mathbb{R}$  dans la partie A sont en fait les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = \frac{4}{3}x(6 - 2x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{4}{3}x^2 - 8x + 12$$

- 1) Démontrer que résoudre l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$  revient à résoudre l'inéquation  $(-4x + 4)(x - 3) \geq 0$ .
- 2) Résoudre par le calcul l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .
- 3) D'après le graphique, pour quelle valeur de  $x$  l'aire du rectangle  $MNPQ$  est-elle maximale ?
- 4) On considère l'algorithme donné ci-contre.
  - a) Quel message affiche cet algorithme lorsque  $x = 2$  ? Justifier.
  - b) Donner une interprétation du message affiché par cet algorithme en considérant l'énoncé de la partie B.

#### Variables

$x$  est du type nombre

$R$  est du type nombre

$T$  est du type nombre

#### Début

Lire  $x$

$R$  prend pour valeur  $\frac{4}{3}x(6 - 2x)$

$T$  prend pour valeur  $\frac{4}{3}x^2 - 8x + 12$

Si  $R \geq T$

Alors afficher "Rectangle"

Sinon afficher "Triangle"

Fin Si

**Fin**

## Exercice 2 : (4 points)

Sur une route normalement limitée à 70 km/h, on relève la vitesse de 5000 automobilistes :

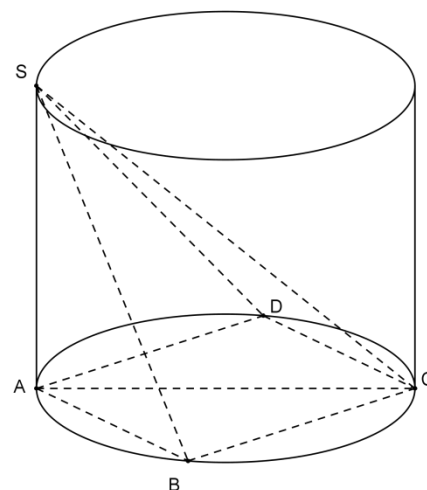
Vitesse (km/h)	[0;30]	]30;50]	]50;70]	]70;100]	]100;130]
Effectif	600	900	1800	1200	500

- 1) a) Quelle est la population étudiée ?  
b) Quelle est le caractère étudié ?
- 2) Compléter sans justification dans le tableau donné en **annexe 2** les lignes des fréquences et des fréquences cumulées croissantes exprimées en pourcentage.
- 3) Tracer le diagramme des fréquences cumulées croissantes dans le repère donné en **annexe 2** et déterminer graphiquement une valeur approchée à l'unité de la médiane de la série. Ecrire la réponse sur votre copie.
- 4) Déterminer la vitesse moyenne des automobilistes. Faire apparaître les calculs sur votre copie.
- 5) A l'aide des calculs précédents ou du graphique, complétez les phrases figurant en **annexe 2**.

## Exercice 3 : (3,5 points)

On considère un cylindre de hauteur  $SA = 4 \text{ cm}$  et dont le diamètre du disque de base est  $AC = 5 \text{ cm}$ .

Sur le cercle de base on place les points B et D tels que ABCD soit un carré comme l'indique la figure ci-dessous.



- 1) Démontrer que le côté du carré ABCD est égal à  $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$ .
- 2) Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle  $\widehat{ASB}$ .
- 3) Quel pourcentage du volume du cylindre est occupé par la pyramide SABCD ? On arrondira ce pourcentage à l'unité.
- 4) Sur l'**annexe 3** construire un patron de la pyramide SABCD.

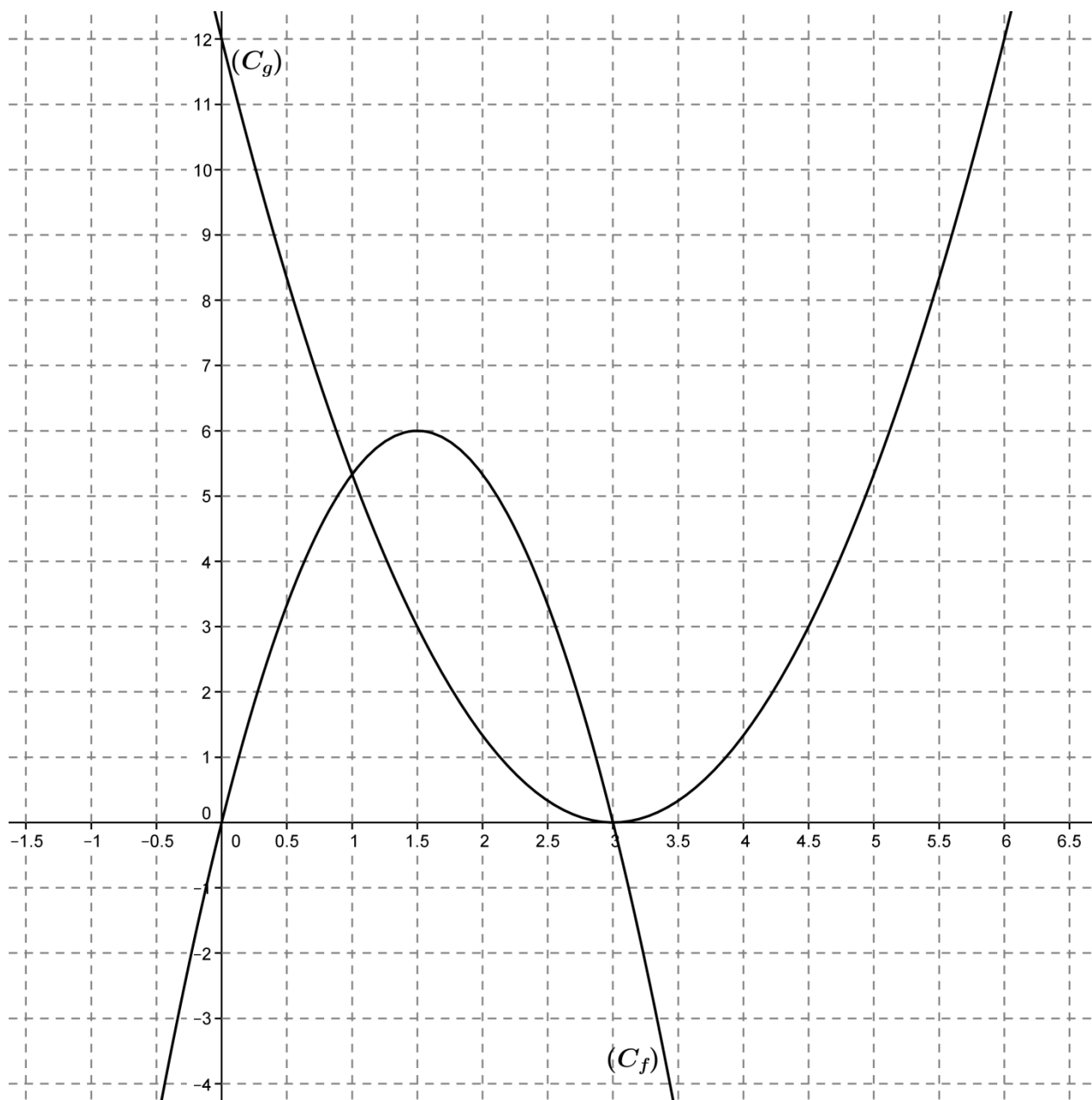
## Exercice 4 : (5 points)

Dans le plan muni d'un repère  $(O, I, J)$  orthonormé, on considère les points  $A(2; 4)$  et  $B(10; 0)$ .

On réalisera une figure dans le repère donné en **annexe 4**, que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.

- 1) Démontrer que le triangle  $OAB$  est rectangle.
- 2) Soit  $\Omega(5; 0)$ . Justifier que le point  $\Omega$  est le centre du cercle circonscrit au triangle  $OAB$  et tracer ce cercle.
- 3) a) Construire le point  $C$  symétrique de  $A$  par rapport à  $\Omega$ . Calculer les coordonnées de  $C$ .  
b) Sans calcul, justifier que  $OABC$  est un rectangle.
- 4) Dans cette question, on note  $(d)$  la droite d'équation  $y = -\frac{2}{9}x$ .
  - a) Construire avec précision la droite  $(d)$ .
  - b) Déterminer l'équation de la droite  $(AC)$ .
  - c) Justifier que les droites  $(AC)$  et  $(d)$  sont sécantes en un point que l'on notera  $E$ , puis calculer les coordonnées du point  $E$ .

Annexe à l'exercice 1 : Annexe 1



# Annexes à détacher et à rendre avec la copie

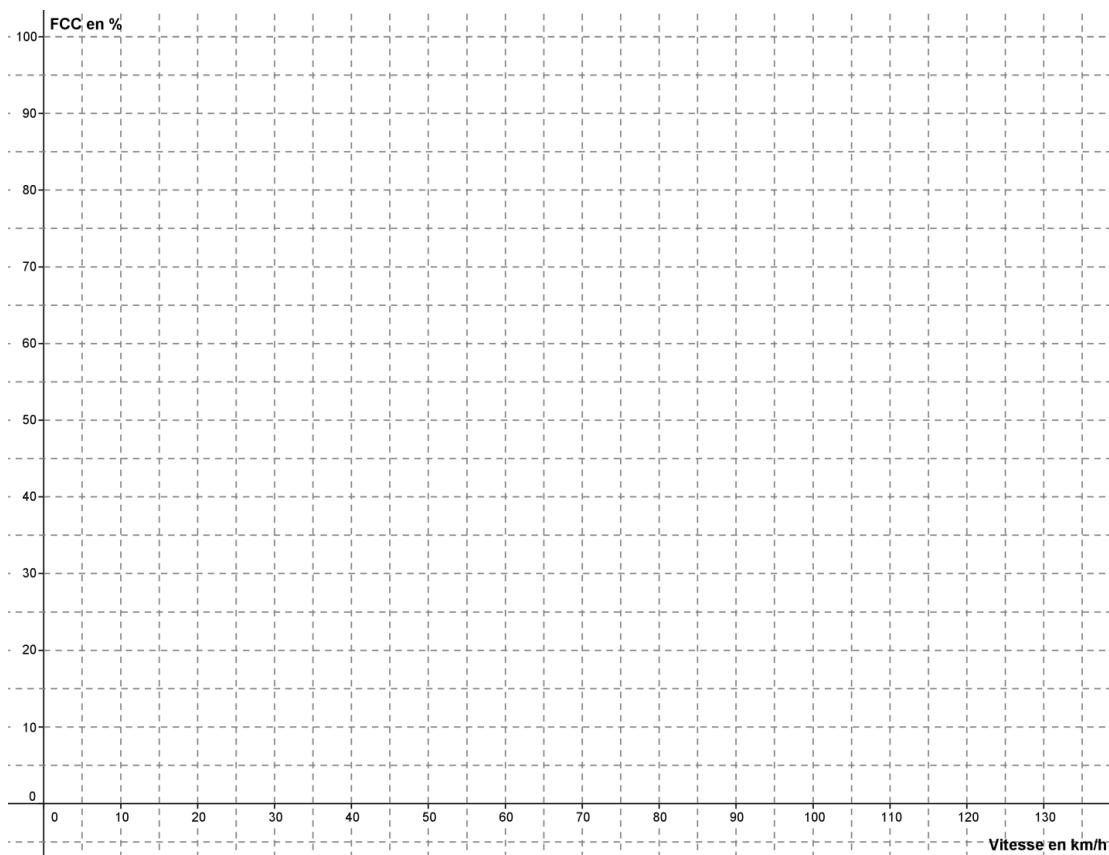
Nom et Prénom : .....

## Annexe à l'exercice 2 : Annexe 2

Question 2)

Vitesse (km/h)	[0;30]	]30;50]	]50;70]	]70;100]	]100;130]
Effectif	600	900	1800	1200	500
Fréquences (en %)					
Fréquences cumulées croissantes (en %)					

Question 3)

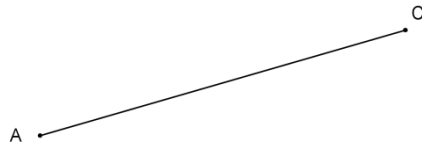


Question 5)

- a) ..... % des automobilistes respectent la limite de vitesse sur cette route.
- b) En France, les automobilistes ont un permis à points. Un excès de vitesse supérieur ou égal à 20 km/h et inférieur à 30 km/h conduit à un retrait de points de deux points. Environ ..... % des automobilistes contrôlés sur cette route perdront deux points à leur permis.
- c) Environ 25 % des automobilistes roulent à plus de ..... km/h sur cette route.
- d) 70 % des automobilistes dépassent ..... km/h sur cette route.
- e) L'écart interquartile de la série des vitesses des automobilistes est d'environ ..... km/h sur cette route.

Annexe à l'exercice 3 : Annexe 3

Patron de la pyramide  
(tenir compte du segment  $[AC]$ )



Annexe à l'exercice 4 : Annexe 4

