

Devoir commun de mathématiques

Exercice 1 : Probabilités (4 points)

Un porte-monnaie contient 3 pièces : une pièce de 0,50 €, une pièce de 1€ et une pièce de 2€. On tire successivement au hasard deux pièces en remettant la première avant de tirer la deuxième. On fait alors la somme des deux pièces tirées.

1. Construire avec soin un arbre permettant de dénombrer les tirages possibles.
2. On appelle E l'évènement : « la somme des deux pièces tirées est entière » et F l'évènement : « la somme est supérieure ou égale à 2,50€ ». Les résultats suivants seront donnés sous forme fraction simplifiée :
 - a. Donner $p(E)$ et $p(F)$.
 - b. Exprimer par une phrase l'évènement $E \cap F$. Donner sa probabilité.
 - c. Exprimer par une phrase l'évènement $E \cup F$. Calculer sa probabilité.
 - d. Exprimer par une phrase l'évènement \bar{E} . Calculer sa probabilité.

Exercice 2 : Fonctions affines (3 points)

Une école privée propose des cours de remise à niveau pendant les vacances d'été. Trois tarifs sont proposés :

- Tarif « à la carte » : pas de frais d'inscription, 25€ par cours.
- Tarif « assidu » : 100€ d'inscription, 15€ par cours.
- Tarif « acharné » : 400€ pour un nombre illimité de cours.

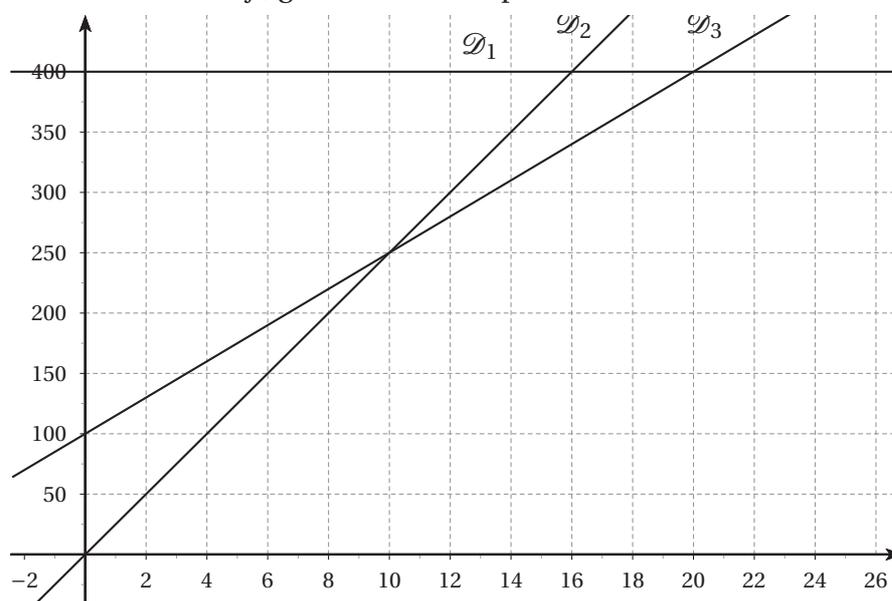
On note respectivement $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ le prix à payer pour x cours de remise à niveau suivis avec les tarifs « à la carte », « assidu », « acharné ». On a donc

$$f(x) = 25x$$

$$g(x) = 15x + 100$$

$$h(x) = 400$$

1.
 - a. Résoudre l'équation $g(x) = f(x)$.
 - b. Résoudre l'inéquation $h(x) < g(x)$.
2. On a représenté les fonctions f , g et h dans un repère



Associer à chaque fonction sa représentation graphique.

3. Sans justifier, aider Yohan à choisir le meilleur tarif s'il envisage de suivre :
 - a. 8 cours de remise à niveau.
 - b. 17 cours de remise à niveau.
 - c. 22 cours de remise à niveau.

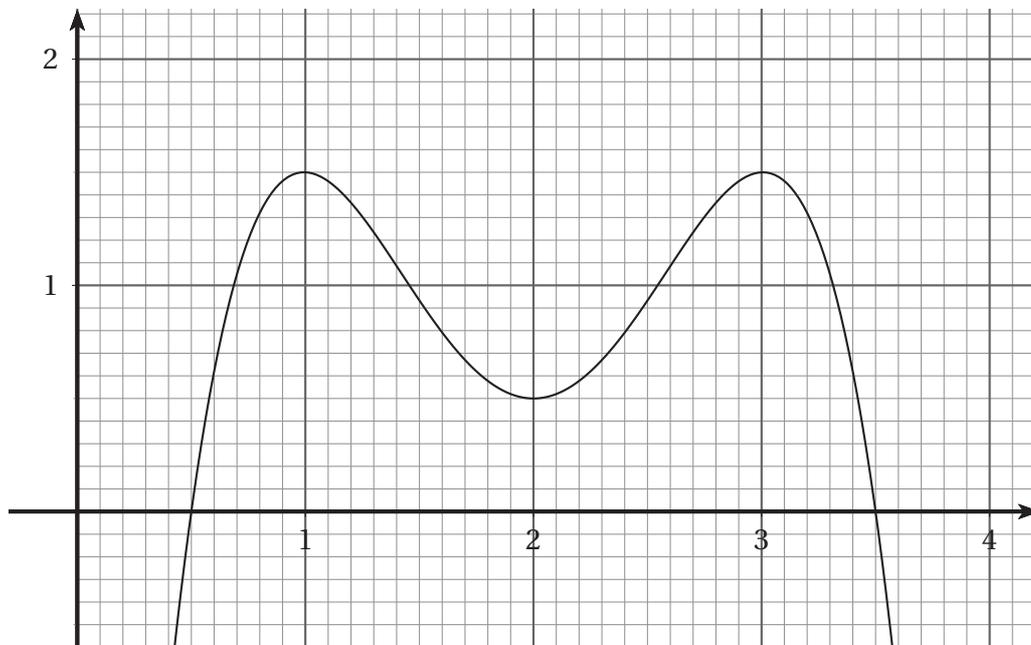
Exercice 3 : Fonctions (6 points)

L'exocet est un poisson marin aussi appelé «poisson volant» car il a la faculté de se propulser hors de l'eau.

Partie A : Un poisson facétieux

On filme pendant 4 secondes le vol d'un exocet.

La courbe ci-dessous est celle de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ exprimant la hauteur $f(x)$ du vol en mètres en fonction de l'instant x d'observation en seconde. L'axe des abscisses représente donc le niveau de la mer.

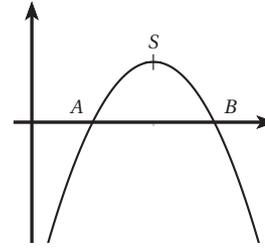


1.
 - a. A quelle hauteur se trouve l'exocet après 2 secondes d'observation ?
 - b. A quels instants l'exocet se trouve-t-il à 0,5 mètre de hauteur ? on donnera des valeurs approchées.
2.
 - a. Dresser le tableau de variation de f sur $[0,5 ; 3,5]$.
 - b. Quelle est la hauteur maximale atteinte par l'exocet. A quels instants cette hauteur est-elle atteinte ?
3.
 - a. Dresser le tableau de signe de f sur $[0 ; 4]$.
 - b. Pendant combien de temps l'exocet est-il hors de l'eau ?

Partie B : Un poisson plus classique

L'observation similaire d'un second exocet montre que la fonction correspondante, toujours définie sur l'intervalle $[0; 4]$, a pour expression $g(x) = -x^2 + 4x - 3$.

La courbe représentative de g est donnée ci-contre pour information.



1.
 - a. Comment appelle-t-on une telle courbe ?
 - b. A quelle profondeur le poisson se trouve-t-il à l'instant $x = 0$ (début de l'observation) ?
 - c. Calculer à quelle hauteur le poisson se trouve après 2,5 secondes d'observation.
2.
 - a. Montrer que $g(x) = -(x - 2)^2 + 1$.
 - b. Dresser le tableau de variation de g .
 - c. Quelle est la hauteur maximale atteinte par l'exocet. A quel instant cette hauteur est-elle atteinte ?
3.
 - a. Montrer que $g(x) = (x - 1)(3 - x)$.
 - b. Dresser alors le tableau de signes de g .
 - c. Pendant combien de temps l'exocet est-il hors de l'eau ?

Exercice 4 : Algorithmique (3 points)

Fabien décide d'économiser de l'argent de mars à juin pour ses prochaines vacances de juillet selon le principe suivant : en mars il décide d'économiser une certaine somme et chaque mois suivant, il double la somme qu'il a déjà mais il dépense 10€ en frais divers.

On donne ci-contre un algorithme correspondant à la situation :

Variables	S et I sont des nombres
Entrée	Saisir S
Traitement	Pour I allant de 1 à 3 S prend la valeur $2S - 10$ Fin_Pour
Sortie	Afficher S

1.
 - a. Que représente la variable S que l'on saisit en entrée ?
 - b. Que compte la variable I ?
 - c. Que représente la variable S que l'on affiche en sortie ?
2. On suppose que l'on donne à S la valeur 15 en entrée. Recopier et compléter sur la copie le tableau suivant et préciser la valeur affichée par l'algorithme :

Valeur prise par I	Valeur prise par S
<i>Initialisation</i>	S = 15
I = 1	
I = 2	
I = 3	

Affichage :

Exercice 5 : Géométrie (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; I, J)$, on considère les points $S(-2 ; 2)$, $R(2 ; 6)$ et $U(4 ; 4)$ et on appelle \mathcal{C} le cercle de diamètre $[SU]$. *On ne demande pas de faire de figure sur la copie.*

1. Calculer les coordonnées du point E, centre du cercle \mathcal{C} .
2.
 - a. Montrer que la distance SU vaut $2\sqrt{10}$.
 - b. Montrer que le point R appartient au cercle \mathcal{C} .
 - c. Montrer que le triangle SUR est rectangle.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche sera valorisée :*
Montrer que le quadrilatère OURS est un rectangle, O étant l'origine du repère.
(Aide : deux arguments sont nécessaires)