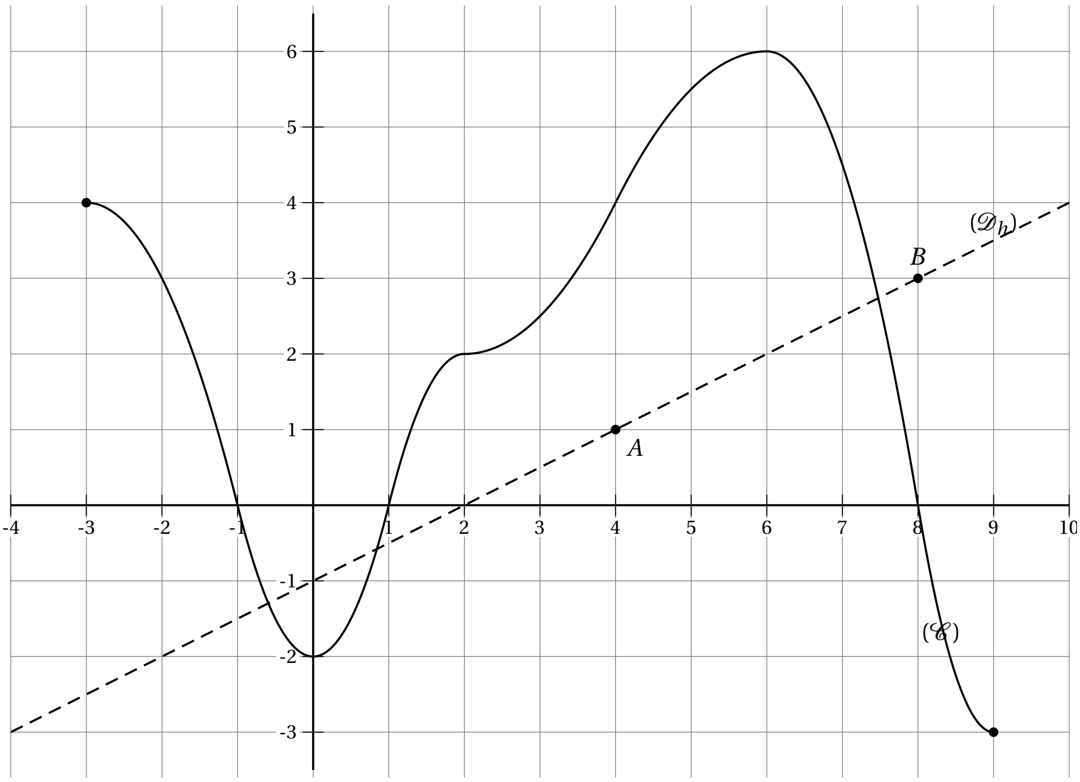
Devoir commun de Mathématiques

Classes de Seconde

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 **(6 points)**

La courbe $(\mathscr{C})$indiquée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-3 ; 9]$.



1. Par lecture graphique , répondre aux questions suivantes :

a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Valeurs de x	-3	-2	4	$\cdots$
Valeurs de $f(x)$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	6

b) Résoudre l'équation $f(x) = 4$ et l'inéquation $f(x) \leqslant 2$.

c) Déterminer le tableau de signes de $f(x)$.

d) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-3 ; 9]$. Préciser le maximum et le minimum de f sur $[-3 ; 9]$.

2. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -0,2x + 5,2$.

a) Tracer la représentation graphique de g dans le même repère que celle de f .

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.

3. La droite représentée en trait pointillé est la représentation graphique d'une fonction affine h .
Elle passe par les points $A(4 ; 1)$ et $B(8 ; 3)$.
Déterminer l'expression donnant $h(x)$ en fonction de x .

EXERCICE 2 **(2,5 points)**

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-10\ ;\ 10]$

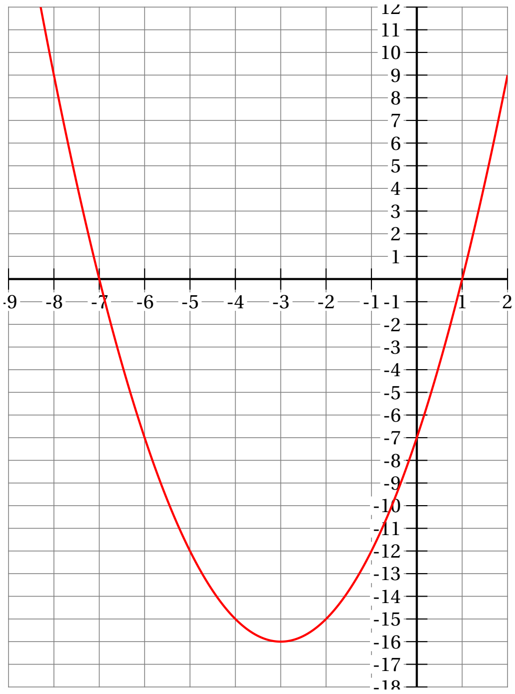
x	-10		-7		-1		0		4		6		10
$f(x)$	$0,01$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

1. Indiquer à l'aide d'un tableau le signe de $f(x)$.
2. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de savoir. (justifier chaque réponse)

   a) $f(1) < f(3)$; **b)** $f(-1,5) \geqslant 0$; **c)** $f(-6) \leqslant 1,5$; **d)** $f(7) < f(8)$.

EXERCICE 3 **(5 points)**

1. Développer et réduire l'expression $f(x) = (x+3)^2 - 16$.
2. Factoriser l'expression $f(x) = (x+3)^2 - 16$.
3. On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+3)^2 - 16$ et on note $(\mathscr{C}_f)$ sa représentation graphique dans un repère orthogonal .



   L'affirmation « l'image d'un nombre négatif est un nombre négatif »est-elle vraie ?
   Justifier la réponse .

4. On admet que $f(x)$ peut s'écrire sous l'une des trois formes

   - $f(x) = (x+3)^2 - 16$ (forme canonique) ;
   - $f(x) = x^2 + 6x - 7$ (forme développée) ;
   - $f(x) = (x-1)(x+7)$ (forme factorisée) ;

   En utilisant l'expression la plus adaptée :

   a) Calculer $f(-5)$.

   b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

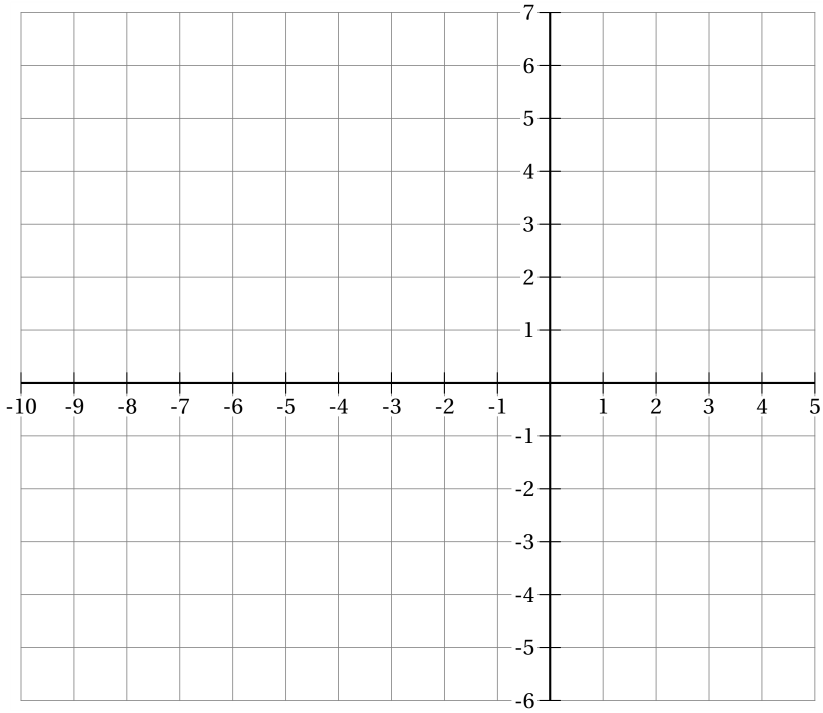
   c) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.

   Indication : on pourra utiliser un tableau de signes .

   d) Résoudre l'équation $f(x) = -7$.

EXERCICE 4 **(5 points)**

1. Placer dans le repère (O, I, J) orthonormé les points $A(3\,;\,2)$, $B(-1\,;\,3)$ et $C(1\,;\,-2)$.



2. Sans calcul :

a) Placer ensuite les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AC}$.

b) Tracer un représentant $\vec{u}$ du vecteur $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et **lire** ses coordonnées .

3. Par le calcul :

a) Déterminer par le calcul les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b) S'en servir pour déterminer par le calcul les coordonnées du point D .

c) Déterminer par le calcul, les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

4. On veut placer un point K tel que $\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BK} = \vec{0}$.

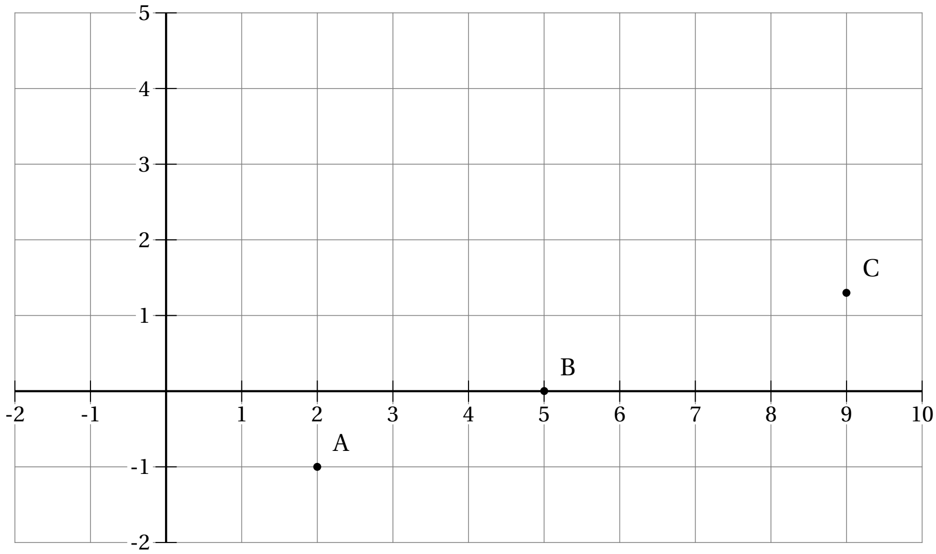
a) Montrer (en utilisant la relation de Chasles) que $\overrightarrow{AK} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

b) Placer le point K .

EXERCICE 5 **(3 points)**

On se place dans un repère orthonormé (O, I, J) .

1. On considère les points de coordonnées $A(2\ ;\ -1)$, $B(5\ ;\ 0)$ et $C(9\ ;\ 1{,}3)$.



Sont-ils alignés ?

2. On place désormais le point $D(1\ ;\ 2)$.
Déterminer l'abscisse x du point $E(x\ ;\ 4)$ tel que $ABED$ soit un trapèze (dont les côtés parallèles sont (AB) et (ED)) .

3. On se demande si le trapèze est rectangle (c'est-à-dire si ADE est un triangle rectangle) .
On admet que $DE = 2\sqrt{10}$ et $AE = 5\sqrt{2}$.
Calculer AD et conclure .