

Devoir commun n° 3 de mathématiques

Niveau Secondes - Année 2011/2012

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La feuille annexe est à rendre avec votre nom indiqué en haut.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 ::

17 points

Le plan muni d'un repère orthonormé est représenté en **annexe 1** et on le complètera tout au long de l'exercice.

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]-100 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{150x}{x+100}$.

- A quelle famille de fonctions appartient la fonction f ?
 - Quelle est la nature de la courbe représentative de la fonction f ?
- Montrer que : $f(x) = 150 - \frac{15000}{x+100}$.
- Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-100 ; +\infty[$. (*Bonus* si cela est justifié)
- Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous en donnant les valeurs des images arrondies à l'entier le plus proche.

x	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
$f(x)$																	

- Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'**annexe 1**.
- En utilisant l'une des deux expressions de la fonction f , répondre aux questions suivantes :
 - Résoudre par le calcul, dans l'intervalle $]-100 ; +\infty[$: $f(x) = 30$.
 - Résoudre par le calcul, dans l'intervalle $]-100 ; +\infty[$: $f(x) \geq 85$.
- Sur le schéma de l'**annexe 1**, on a tracé la droite D représentant la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \frac{4}{3}x - \frac{50}{3}$$
 Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) > g(x)$.
- On désire retrouver le résultat précédent par le calcul.
 - Prouver que : $f(x) > g(x)$ équivaut à : $\frac{-4x^2 + 100x + 5000}{3(x+100)} > 0$.
 - Montrer que : $\frac{-4x^2 + 100x + 5000}{3(x+100)} = \frac{4(50-x)(x+25)}{3(x+100)}$.
 - Résoudre alors algébriquement, dans l'intervalle $]-100 ; +\infty[$: $f(x) > g(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.
- Tracer la droite d'équation : $y = x$.
 - Résoudre graphiquement, dans l'intervalle $]-100 ; +\infty[$, l'inéquation : $f(x) > x$.

Partie B

Les questions 3. et 4., peuvent être abordées sans avoir prouvé l'égalité du 2. On utilise juste cette égalité.

Virginie décide de partir en vacances. Lors des 200 premiers kilomètres de son voyage, ralentie par des embouteillages, sa vitesse moyenne est de 50 km/h. On note x sa vitesse moyenne, en km/h, lors des 400 derniers kilomètres.

Rappel : distance = vitesse \times temps

- Combien de temps dure la première partie du voyage ?
 - Exprimer, en fonction de x , le temps mis pour la deuxième partie du voyage.
- Vérifier que la vitesse moyenne v du voyage est donné par : $v = \frac{600x}{4x+400} = \frac{150x}{x+100} = f(x)$.
- La vitesse moyenne v du voyage est inférieure à 50 km/h. Que peut-on en conclure sur la vitesse moyenne x , en km/h, lors des 400 derniers kilomètres ? Que peut-on en conclure sur les conditions de

circulation ?

- b) Déterminer la vitesse moyenne x , en km/h, lors des 400 derniers kilomètres si la vitesse moyenne v du voyage est de 30 km/h.
4. Sachant que la vitesse maximum autorisée en France est de 130 km/h (sur autoroute), est-il possible que la vitesse moyenne v du voyage soit supérieure ou égale à 85 km/h ? Justifier.

EXERCICE 2 :

8 points

Cet exercice est un QCM. Pour chaque proposition, il y a une seule bonne réponse. Une bonne réponse rapporte un point et une mauvaise réponse enlève 0,25 point. Une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Vous reporterez sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.**

Dans un quartier, on a dénombré le nombre de foyers selon le nombre d'enfants.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-contre :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	6	7
Nombre de foyers	50	27	40	23	15	4	1

	Propositions	A	B	C
1	La fréquence des foyers ayant trois enfants est égale à ...	23	$\frac{1}{6}$	$\frac{23}{160}$
2	L'effectif cumulé croissant de la valeur 3 est égal à ...	4	117	140
3	La fréquence du nombre de foyers ayant au plus trois enfants est égale à ...	0,25	0,875	140
4	Le nombre moyen d'enfants par foyers est égal à ...	3,5	Environ 1,64	1
5	La médiane de cette série est égale à ...	3	23	2
6	L'étendue de cette série est égale à ...	7	6	50
7	Le premier quartile de cette série est égal à ...	0	1	2
8	L'écart interquartile est égal à ...	2	3	6

EXERCICE 3 :

15 points

Partie A

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-4 ; 1)$, $B(-2 ; 4)$ et $C(4 ; 0)$.

- Placer ces points dans le repère de l'annexe 2. On complètera ce schéma tout au long de l'exercice.
- Calculer les coordonnées du point D défini par $\vec{AD} = \vec{BC}$.
- Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.
- Calculer les coordonnées du point I milieu du segment [AD].
- Calculer les coordonnées du point J milieu du segment [AB].
- Que représente le point E intersection des droites (BI) et (DJ) dans le triangle ABD ?

On admet que : $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{ED} = \vec{0}$

- Montrer que les coordonnées du point E sont $(-\frac{4}{3} ; \frac{2}{3})$.
- Montrer que les points B, E et D sont alignés.

Partie B

- Placer les points M, N, P et R définis par les égalités vectorielles :

$$\vec{AM} = \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{CA} ; \vec{BN} = 2\vec{AC} ; \vec{AP} = -3\vec{AB} ; \vec{CR} = 4\vec{i} - 0,6\vec{j}.$$

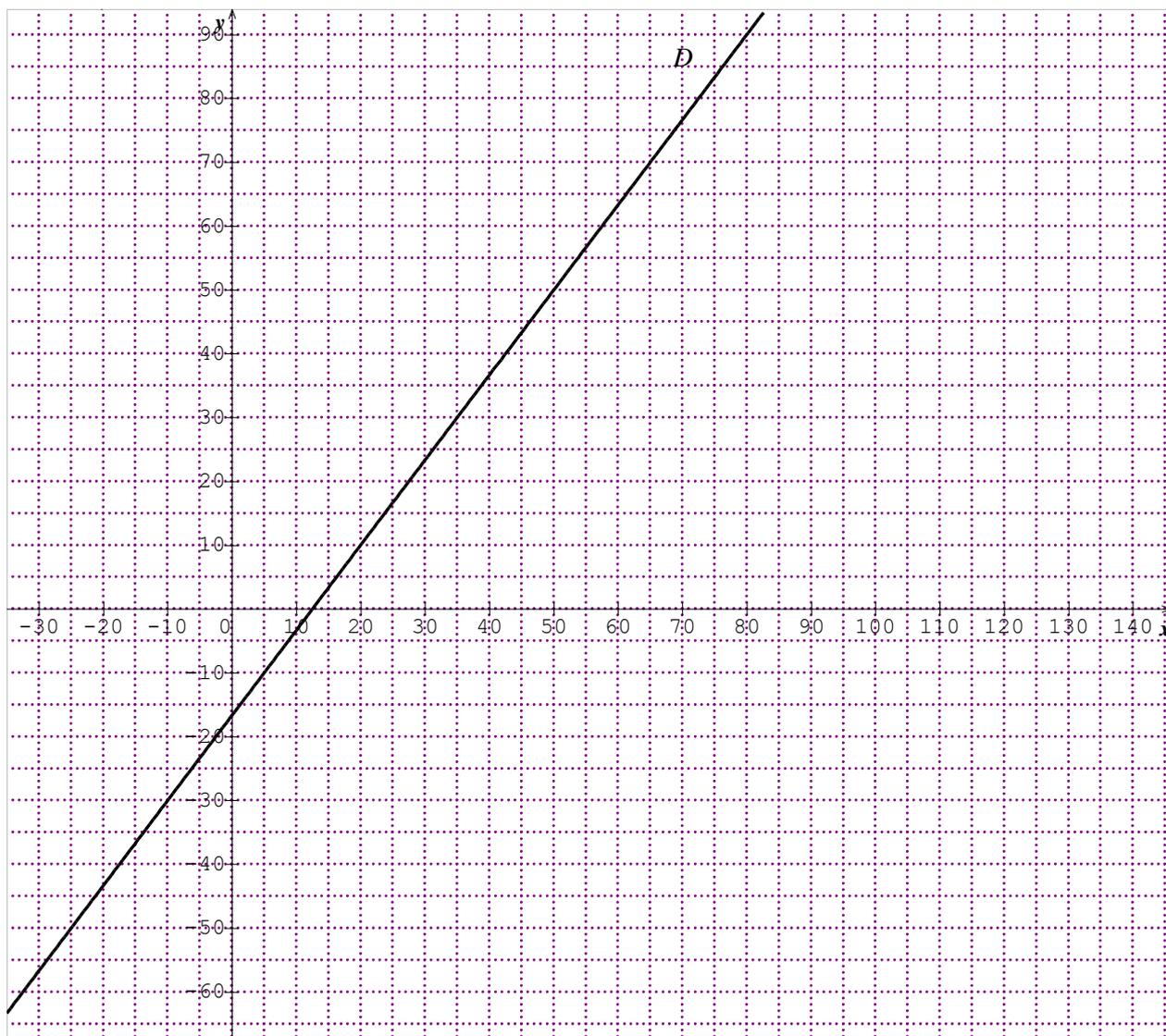
- Calculer les coordonnées des points M, N, P et R.
- Montrer que les droites (AM) et (PN) sont parallèles.
- Les points P, N et R sont-ils alignés ? Justifier la réponse.

NOM :

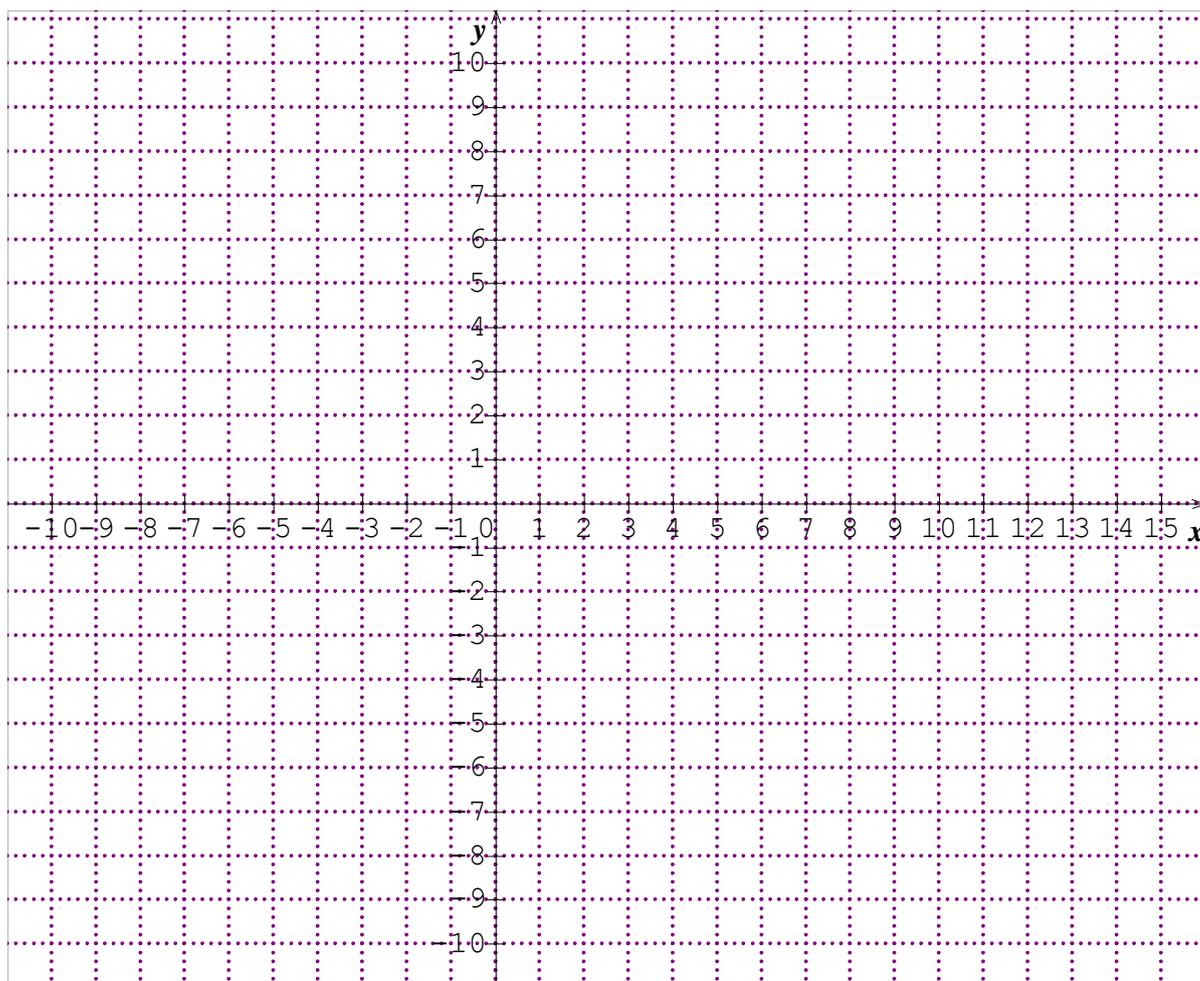
Prénom :

2^{nde}

EXERCICE 1
Annexe 1



EXERCICE 3
Annexe 2



EXERCICE 1 :**17 points****Partie A** 12,5

1. a) 0,5.
b) 0,5.
2. 0,5.
3. 0,5. (*Bonus* 1, si cela est justifié)
4. 1,5.
5. 1.
6. a) 1,25.
b) 1,25.
7. 0,75.
8. a) 1.
b) 1
c) 1,5.
9. a) 0,5.
b) 0,75.

Partie B 5

1. a) 0,5.
b) 1.
2. 1.
3. a) $0,5 + 0,5$.
b) 0,5
4. $0,5 + 0,5$.

EXERCICE 3 :**15 points****Partie A** 7,75

1. 0,75.
2. 1.
3. $0,5 + 0,5$.
4. 0,75.
5. 0,75.
0,5
6. 1,5.
7. 1,5.

Partie B 7

1. 2.
2. 2.
3. 1,5.
4. 1,5

solution

