Lycée Prévert Année 2012/2013

Corrigé du Devoir commun de Mathématiques n°2

Niveau seconde

<u>EXERCICE 1 :</u>

Partie A : Restitution organisée de connaissances

C est l'image de D par la translation qui transforme A en B donc [AC] et [BD]ont le même milieu E.

Ainsi : $\frac{x_A+x_C}{2}=x_E$ et $\frac{y_A+y_C}{2}=y_E$

On a alors : $x_A+x_C=2\times 5$ et $y_A+y_C=2\times 8$

Finalement : $x_C=10-x_A$ et $y_C=16-y_A$

<u>Partie B : Vrai – Faux</u>

1) Affirmation fausse.

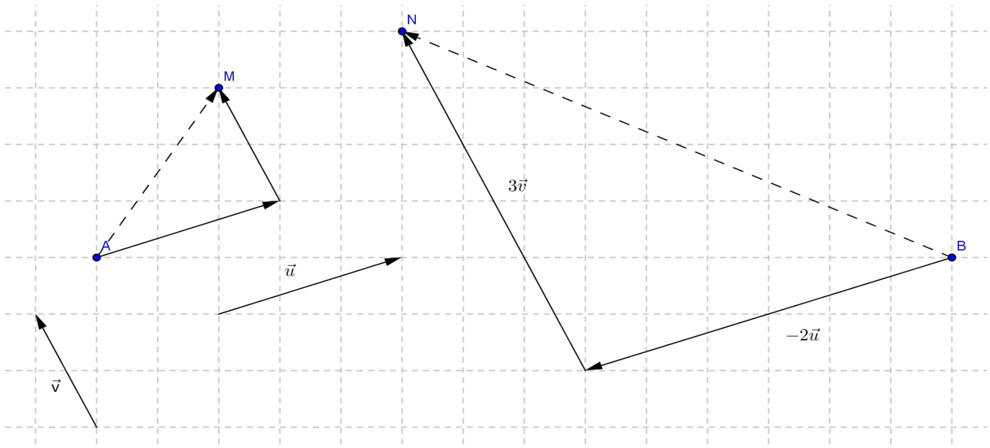
Si M est équidistant de A et de B, alors MA=MB et non pas $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

2) Affirmation vraie.

En effet $f(x+4)=\frac{1}{2}(x+4)+5=\frac{1}{2}x+2+5=f(x)+2$.

<u>EXERCICE 2 :</u>

Partie A :



Partie B :

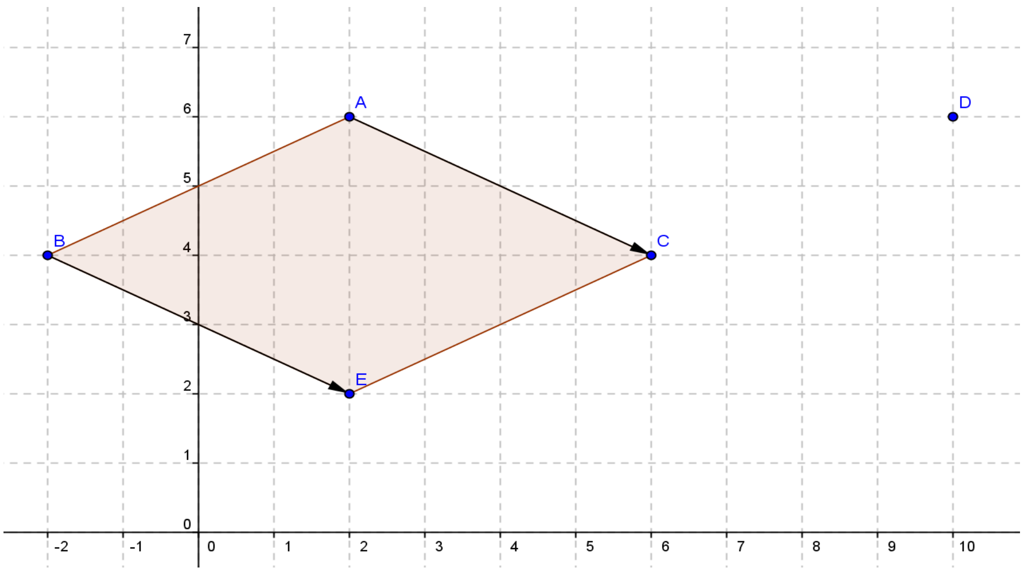
1°) $\overrightarrow{AB}$ (-2-2 ; 4-6) donc $\overrightarrow{AB}$ $(-4;-2)$

2°) ABCD est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

Or les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$ sont $(x_C-x_D; y_C-y_D)$ c'est à dire $(6-x_D;4-y_D)$

D'où : $6-x_D=-4$ ce qui donne : $x_D=10$ et $4-y_D=-2$ ce qui donne $y_D=6$

3°)



4°) ACEB semble être un losange.

5°) E est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AC}$ ce qui signifie que ACEB est un parallélogramme.

On calcule les longueurs de 2 côtés consécutifs : AB et AC

AB= $\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{20}$

De même AC= $\sqrt{20}$

ACEB est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

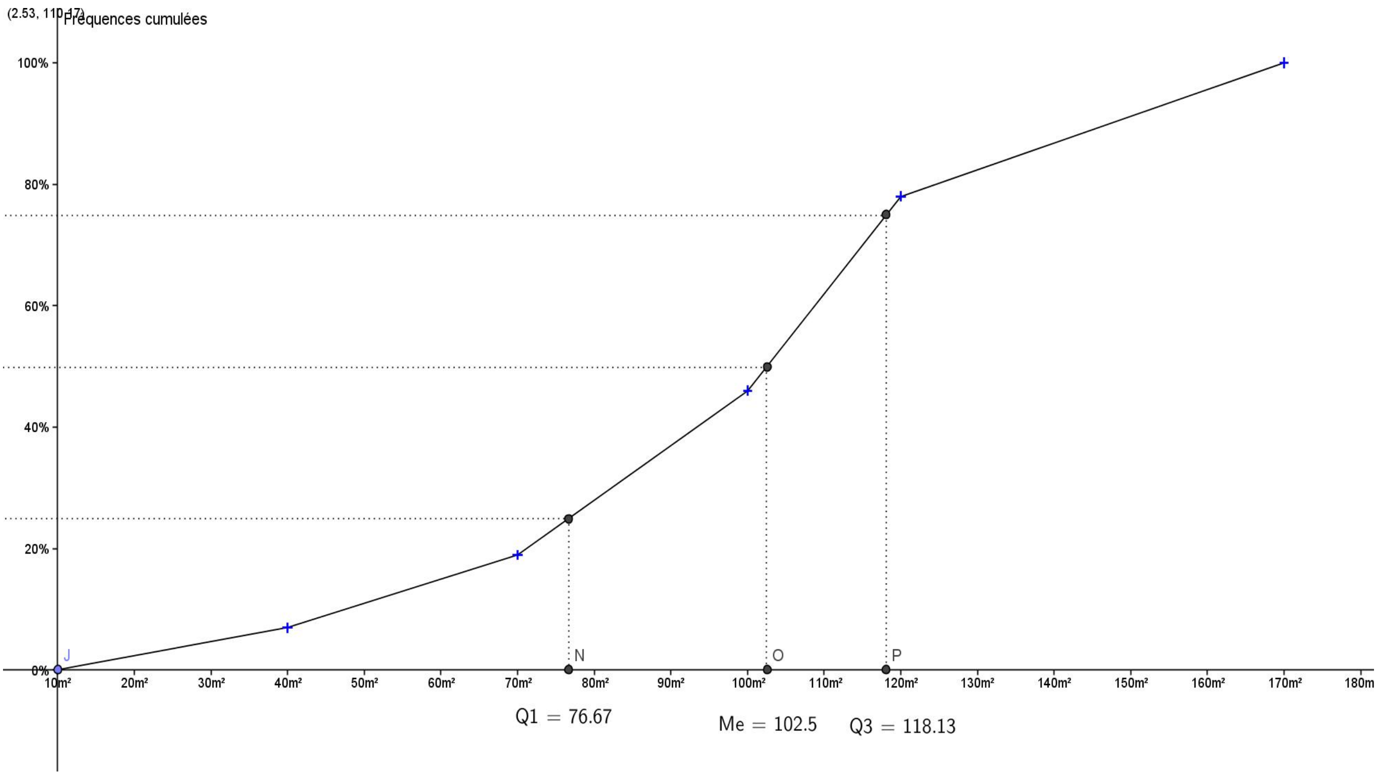
EXERCICE 3 :

Le tableau complet :

Superficie en m²	Effectif	Centre des classes	Fréquences(%)	Fréquences cumulées croissantes (%)
[10;40[	14	25	7	7
[40;70[	24	55	12	19
[70;100[	54	85	27	46
[100;120[	64	110	32	78
[120;140[	32	130	16	94
[140;170[	12	155	6	100
TOTAL	200	X	100	X

1. En utilisant le centre des classes, on trouve une moyenne de 97 m², à 1 m² près.

2.Par lecture Graphique, on obtient : Q1 = 77, Q3 = 118 , Me = 102,5.



4. En utilisant la médiane, on constate que 50%, soit la moitié, des personnes ont une superficie d'habitation inférieure à 102,5m².
Donc, une personne dont l'appartement a pour superficie 100m² serait exonérée.

5. En utilisant le premier quartile, Q1, on constate que 25%, soit le quart, des personnes ont une superficie d'habitation inférieure à 77m²

Donc, une personne dont l'appartement a pour superficie 80 m² ne serait pas exonérée.

EXERCICE 4 :

Question 1 :

a) La courbe de la fonction B coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 290 et 400 environ.
Entre ces deux valeurs, la courbe de B est au dessus de l'axe des abscisses ce qui correspond à un bénéfice maximum.
Il semble donc que le bénéfice est positif pour un nombre de lunettes entre environ 290 et 400.

b) On développe $(402-x)(x-290)=402x-116580-x^2+290x=-x^2+692x-116580=B(x)$

On réalise un tableau de signes.
Étudions d'abord les signes de chaque expression.
$402-x>0 \Leftrightarrow x<402$, $402-x=0 \Leftrightarrow x=402$ et $402-x<0 \Leftrightarrow x>402$
$x-290>0 \Leftrightarrow x>290$, $x-290=0 \Leftrightarrow x=290$ et $x-290<0 \Leftrightarrow x<290$

x	200		290		402		450	Autres justifications
Signe de $402-x$		+		+	0	-		Signe $ax+b$ avec $a<0$
Signe de $x-290$		-	0	+		+		Signe $ax+b$ avec $a>0$
Signe de $B(x)$		-	0	+	0	-		Règle des signes

Ainsi, $B(x)>0$ pour $x \in]290;402[$.
Le bénéfice est strictement positif pour un nombre de lunettes fabriquées vendues compris entre 291 et 401.

Remarque : $B(x)=0$ pour $x=290$ ou $x=402$

Question 2 :

a) Graphiquement, on remarque que le sommet de la courbe de la fonction B semble avoir pour coordonnées (340;3000) environ.
Donc le bénéfice maximum semble être environ 3000€ pour 340 lunettes fabriquées.

b) On utilise le tableau de valeurs de la calculatrice en faisant calculer toutes les images des entiers compris entre 200 et 450. On constate que la plus grande valeur est atteinte pour $x=346$. Le bénéfice correspondant est 3136 €.
Extrait du tableau :

x	$B(x)$
345	3135
346	3136
347	3135

c) $3136-(x-346)^2=3136-(x^2-692x+119716)=-x^2+692x-119716+3136$
$= -x^2+692x-116580$
= B(x)
Donc, $B(x)=3136-(x-346)^2$
Or $(x-346)^2$ est toujours positif ou nul.
Donc, $-(x-346)^2$ est toujours négatif ou nul.
Ainsi, pour tout x de $[200;450]$, $B(x) \leqslant 3136$.
De plus, $B(346)=3136$.
Donc 3136 est le maximum de la fonction B sur l'intervalle $[200;450]$ atteint en $x=346$.

d)

x	200	346	450
Variation de B	-18180	3136	-7680

Autrement dit le bénéfice est maximum pour 346 lunettes. Ce bénéfice est alors de 3136 €.

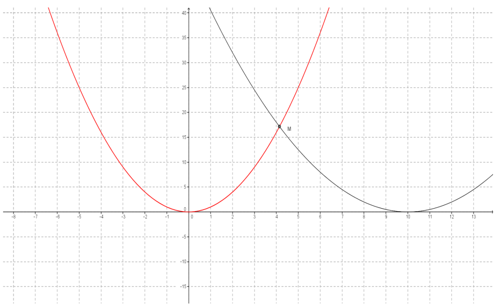
EXERCICE 5 :

Si on note x la longueur de [AM] alors x est compris entre 0 et 10. L'aire du carré est x^2 et l'aire du triangle rectangle est la moitié de $(10-x)^2$ donc il nous faut résoudre : $x^2 = 0,5(10-x)^2$

<u>Avec le tableur</u> :

x	X^2	$0,5(10-x)^2$
4	16	18
5	25	12,5
La valeur recherchée est située entre 4 et 5.		
4,1	16,81	17,405
4,2	17,64	16,82
La valeur recherchée est située entre 4,1 et 4,2		
Le point M doit être situé à environ 4,15cm de A		

En observant les deux courbes sur l'écran :

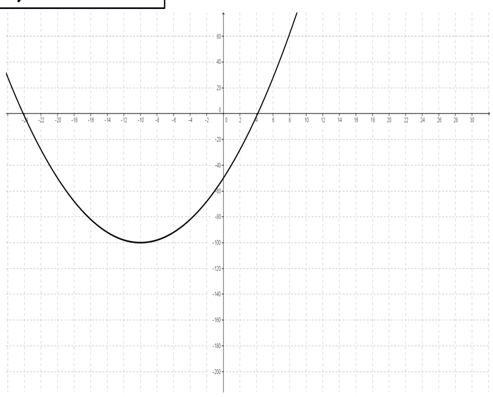


On note que dans l'intervalle [0 ; 10], il existe un point M d'intersection et que son abscisse est comprise entre 4 et 5.

<u>Autre étude :</u> L'équation $x^2 = 0,5(10-x)^2$ est équivalente à $x^2=0,5(100-2x+x^2)$ soit $0,5x^2+10x-50 =0$.

<u>Avec le tableur</u> :

x	$0,5x^2+10x-50$
4	-2
5	12,5
L'antécédent de 0 est compris entre 4 et 5	
4,1	-0,595
4,2	0,82
L'antécédent de 0 est compris entre 4,1 et 4,2	
Le point M doit être situé à environ 4,15cm de A	



On note que dans l'intervalle [0 ; 10], il existe un antécédent de 0 qui est proche de 4.

En observant la courbe sur l'écran :