

**Devoir commun de Mathématiques****SECONDES**

Durée 2 heures. Calculatrice autorisée.

**Attention !**

- ▲ *Toute réponse doit être justifiée.*
- ▲ *La rédaction et la présentation du devoir seront prises en compte.*
- ▲ *N'oubliez pas d'indiquer votre classe en plus de nom et prénom sur votre copie.*

**EXERCICE 1 : ( 2 points) La question sur les leçons !**

Mathieu doit démontrer que quatre points  $A, B, C$  et  $D$  placés dans un repère forment un trapèze.  
Quels calculs doit-il effectuer ? Expliquer.

**EXERCICE 2 : ( 4 points) VRAI ou FAUX ?**

1. Pour tout réel  $a$ , on a :  $a^2 \geq a$ .
2. Si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CM}$  sont colinéaires alors les points  $A, B, C$  et  $M$  sont alignés.
3. La fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x^2 - 1$  est strictement décroissante sur  $(-\infty ; 1[$

**EXERCICE 3 : ( 5 points)**

$(O; \vec{i}, \vec{j})$  est un repère orthonormé du plan. On donne le point  $A(-3; -2)$ , la droite  $(D)$  dont l'équation réduite est :  $y = 2x + 4$  et la droite  $(\Delta)$  contenant les points  $E(1 ; 1)$  et  $F(3 ; 0)$  dont un dessin est donnée en annexe.

1. Tracer dans le repère de l'annexe la droite  $(D)$ . Expliquer votre construction.
2.  $A$  est-il un point de la droite  $(D)$  ? Justifier par un calcul.
3. Lire sur le graphique l'équation réduite de la droite  $(\Delta)$ . On expliquera sa lecture.
4. Déterminer par le calcul une équation de la droite  $(\Delta)$ .
5. Déterminer les coordonnées du point d'intersection  $\Omega$  des droites  $(D)$  et  $(\Delta)$ .
6. Mathieu affirme que  $(\Delta)$  est la médiatrice de  $[AB]$ . Est-ce vrai ? Justifier.

**EXERCICE 4 : ( 5 points)**

Les deux parties peuvent se traiter de façon indépendante.

**Partie A**

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définie par :  $f(x) = x^2 + 1075$  et  $g(x) = 68x$ .

Dans un repère orthogonal du plan, on note  $C_f$  la représentation graphique de la fonction  $f$  et  $C_g$  celle de la fonction  $g$ . On s'intéresse dans cette partie à l'intersection des deux représentations

- a) A l'aide de la calculatrice, déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de  $C_f$  et  $C_g$ .
- b) A l'aide de calculs, vérifier votre conjecture.

c) Montrer que les abscisses des points d'intersection sont solution de l'équation :

$$-x^2 + 68x - 1075 = 0$$

d) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-x^2 + 68x - 1075 = (43 - x)(x - 25)$

e) En déduire la résolution de l'équation et donner les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.

### **Partie B**

Une entreprise produit jusqu'à 60 tonnes de pâte à papier par mois.

Le coût de production en euros pour  $x$  tonnes de pâte à papier est donné par la fonction  $C$  définie par :

$$C(x) = x^2 + 632x + 1075.$$

L'entreprise vend sa pâte à papier 700 euros la tonne.

1) En janvier, l'entreprise a produit 30 tonnes de pâte à papier.

a) Quel est le coût de cette production ?

b) Quelle est alors le montant de la recette de la vente de ces 30 tonnes ?

c) Quel bénéfice réalise l'entreprise avec cette production et cette vente ?

2) Dans cette question, on s'intéresse aux différents bénéfices que peut réaliser l'entreprise selon sa production hebdomadaire.

Pour une quantité de  $x$  tonnes de pâte produite et vendue, on note  $B(x)$  le montant en euros du bénéfice réalisé.

a) Montrer que les trois expressions suivantes expriment le bénéfice  $B(x)$ .

$$-x^2 + 68x - 1075 \qquad (43 - x)(x - 25) \qquad -(x - 34)^2 + 81$$

b) En utilisant l'expression la plus adaptée, déterminer en justifiant :

1) la quantité de pâte que doit produire et vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice nul.

2) la quantité de pâte que doit produire et vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice positif.

3) la quantité de pâte que doit produire et vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximum.

### **EXERCICE 4 : ( 3 points)**

Un jeu propose de tirer deux boules d'un sac contenant trois boules blanches et deux boules rouges.

Le joueur marque 5 points par boule blanche tirée et 7 points par boule rouge tirée.

<p><b>Programme :</b></p> <p><b>Entrée:</b> Saisir votre score S.</p> <p><b>Traitement:</b> R prend la valeur <math>(S-10)/2</math>. <math>B = 2-R</math></p> <p><b>Sortie:</b> Afficher B et R</p>	<p>1) Mathieu joue une partie et obtient le score de 10 points. Il fait fonctionner le programme. Quelle réponse lui donne-t-il ?</p> <p>2) Que fait ce programme ? Expliquer les calculs effectués dans le traitement.</p> <p>3) Si le jeu proposait de tirer 3 boules au lieu de deux, quel serait alors le programme ?</p>
---	---

Nom :

Classe :

*Annexe :*

