

Correction Devoir Surveillé n° 2

Le théorème de Pythagore

Durée 1 heure - Coeff. 3

Exercice 1. Application directe du cours (3 points)

On considère le triangle DEF rectangle en D avec $DE = 7$ cm et $EF = 8$ cm.

1. [1 point] Construire le triangle DEF .
2. [2 points] Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au mm près le DF .

- **Données.**

Le triangle DEF est rectangle en D . L'hypoténuse est donc le côté $[EF]$.

- **Le théorème.**

Donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$$EF^2 = ED^2 + DF^2$$

$$8^2 = 7^2 + DF^2$$

$$DF^2 = 8^2 - 7^2$$

$$DF^2 = 15$$

- **Conclusion.**

Et puisque DF est une longueur, on a

$$DF = \sqrt{15} \approx 3,9 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près.}$$

Exercice 2. Application directe du cours (3,5 points)

1. On considère le triangle GHI avec $GH = 5$ cm, $GI = 6$ cm et $HI = 7$ cm.

1. a. [0,5 point] Construire le triangle GHI .
1. b. [1,5 points] Le triangle GHI est-il rectangle ?

- **Données.**

Si le triangle GHI est rectangle, c'est en G car $[HI]$ est le plus grand côté.

- **Le test.**
$$\begin{cases} HI^2 & = & 7^2 & = & 49 \\ HG^2 + GI^2 & = & 5^2 + 6^2 & = & 61 \end{cases}$$

- **Conclusion.**

On n'a donc pas égalité, $HG^2 + GI^2 \neq HI^2$.

De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Pythagore*, le triangle GHI n'est pas rectangle.

2. On considère le triangle KLM avec $KL = 6$ km, $KM = 8$ km et $LM = 10$ km.

[1,5 points] Le triangle KLM est-il rectangle ?

- **Données.**

Si le triangle KLM est rectangle, c'est en K car $[LM]$ est le plus grand côté.

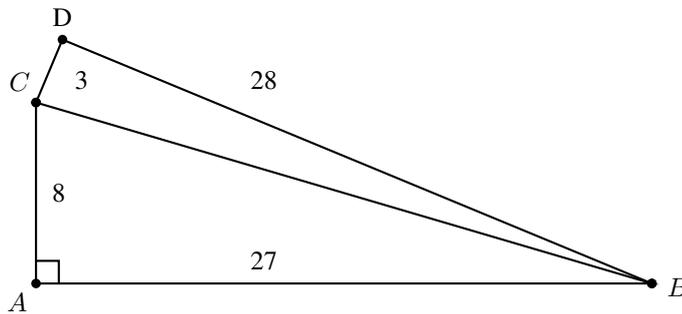
- **Le test.**
$$\begin{cases} LM^2 & = & 10^2 & = & 100 \\ LK^2 + KM^2 & = & 6^2 + 8^2 & = & 100 \end{cases}$$

- **Conclusion.**

On a donc égalité, $LK^2 + KM^2 = LM^2$.

De ce fait, d'après la *reciproque du théorème de Pythagore*, le triangle KLM est rectangle en K .

Exercice 3. Déjà vu (5,5 points)



On a :

- $AC = 8$ cm ;
- $AB = 27$ cm ;
- $CD = 3$ cm ;
- $BD = 28$ cm.

1. [3,5 points] Le triangle BCD est-il rectangle ?

1. a. [2 points] Calculons CB .

- **Données.**

Le triangle ABC est rectangle en A . L'hypoténuse est donc le côté $[CB]$.

- **Le théorème.**

Donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$$CB^2 = CA^2 + AB^2$$

$$CB^2 = 8^2 + 27^2$$

$$CB^2 = 793$$

- **Conclusion.**

Et puisque CB est une longueur, on a

$$CB = \sqrt{793} \approx 28,2 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près.}$$

1. b. [1,5 points] Le triangle BCD est-il rectangle ?

- **Données.**

Si le triangle BCD est rectangle, c'est en D car $[BC]$ est le plus grand côté.

- **Le test.**
$$\begin{cases} BC^2 & = 793 \\ BD^2 + DC^2 & = 28^2 + 3^2 = 793 \end{cases}$$

- **Conclusion.**

On a donc égalité, $BD^2 + DC^2 = BC^2$.De ce fait, d'après la *réci-proque du théorème de Pythagore*, le triangle BCD est rectangle en D .2. [2 points] On note H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC . Calculer AH (on donnera une valeur approchée au mm près).

- D'une part, puisque ABC est rectangle en A on a :

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{27 \times 8}{2} = 108 \text{ cm}^2$$

- D'autre part, en considérant la base $[BC]$ associée à la hauteur $[AH]$ on a :

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{\sqrt{793} \times AH}{2} \text{ cm}^2$$

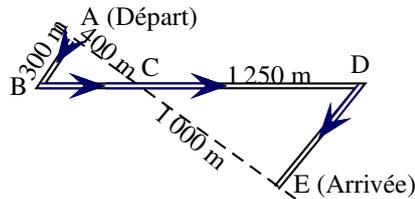
On peut donc écrire que :

$$\frac{\sqrt{793} \times AH}{2} = 108$$

$$\sqrt{793} \times AH = 108 \times 2 = 216$$

$$AH = \frac{216}{\sqrt{793}}$$

$$AH = \frac{216}{\sqrt{793}} \simeq 7,7 \text{ cm}$$

Exercice 4. Course à pied (5 points)

Calcul de la longueur réelle du parcours $ABCDE$:

- [1,5 points] Longueur BC :

Dans le triangle ABC rectangle en A , le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$

$$BC^2 = 250000$$

Or BC est positif car c'est une longueur donc

$$BC = \sqrt{250000} = 500 \text{ m}$$

- [3 = 2 + 1 points] Longueur DE :

Les droites (DE) et (AB) sont parallèles et la droite (AE) est perpendiculaire à (AB) , elle est donc aussi perpendiculaire à (DE) . En effet par théorème :

Théorème 1

Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elles est perpendiculaire à l'autre.

Dans le triangle CDE rectangle en E , le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$CD^2 = CE^2 + ED^2$$

$$1250^2 = 1000^2 + ED^2$$

$$ED^2 = 1250^2 - 1000^2$$

$$ED^2 = 562500$$

Or CD est positif car c'est une longueur donc

$$CD = \sqrt{562500} = 750 \text{ m}$$

- [0,5 points] Longueur $ABCDE$:

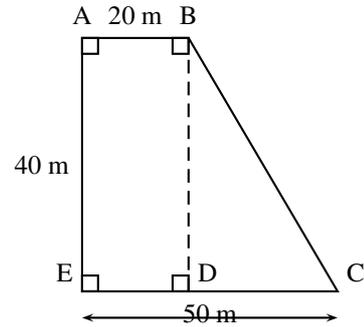
$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750$$

$$\ell(ABCDE) = 2800 \text{ m}$$

Exercice 5. Problème de gazon (4 points)

Pierre vient d'acheter un terrain dont on peut assimiler la forme à la figure ci-contre :

Il souhaite mettre du gazon sur tout le terrain. Pour cela il veut acheter un produit qui se présente en sac de 15 kg où il est écrit « 1 kg pour 35 m² ».



1. [2 points] Combien de sacs de gazon devra-t-il acheter ?

On va donc calculer l'aire du domaine qui se compose du rectangle ABDE et du triangle rectangle en D, BDC.

- **Aire du rectangle** : $Aire(ABDE) = AB \times AE = 20 \times 40$ donc

$$Aire(ABDE) = 800 \text{ m}^2$$

- **Aire du triangle rectangle**

Tout d'abord notons que le point D appartenant au segment [EC] on a : $DC = EC - ED = 50 - 20 = 30$ m.
Dans le triangle BCD rectangle en D,

$$Aire(BCD) = \frac{DB \times DC}{2} = \frac{40 \times 30}{2}$$

donc

$$Aire(BCD) = 600 \text{ m}^2$$

- L'aire du terrain est donc de :

$$Aire(ABCE) = Aire(ABDE) + Aire(BCD) = 800 + 600$$

$$Aire(ABCE) = 1\,400 \text{ m}^2$$

- **Combien de sacs de gazon devra-t-il acheter ?**

Il veut acheter un produit qui se présente en sac de 15 kg où il est écrit « 1 kg pour 35 m² ». Donc à l'aide d'un de proportionnalité on a :

kg	1 kg	?
m ²	35 m ²	1 400 m ²

Il faut donc $\frac{1 \times 1\,400}{35} = 40$ kg de produit pour ce terrain.

Or les sacs sont de 15 kg et $\frac{40}{15} \approx 2,7$,

$$\text{il faudra donc } \underline{\underline{3 \text{ sacs de gazon}}}$$

2. [2 points] De plus, il voudrait grillager le contour de son terrain. Il dispose de 150 m de grillage, est-ce suffisant ? Justifier. Dans le triangle BCD rectangle en D, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$BC^2 = BD^2 + DC^2$$

$$BC^2 = 40^2 + 30^2$$

$$BC^2 = 2\,500$$

Or BC est positif car c'est une longueur donc

$$BC = \sqrt{2\,500} = 50 \text{ m}$$

Le périmètre du terrain est donc de :

$$\mathcal{P} = AB + BC + CE + AE = 20 + 50 + 50 + 40$$

$$\mathcal{P} = 160 \text{ m}$$

Il va donc manquer de grillage puisqu'il ne dispose que de 150 m.