

Correction du Devoir commun de Mathématiques en 4ème

Exercice 1 : / 6 points

Pierre fait une partie de paintball. (le paintball est une activité sportive)

L'objectif est de récupérer un drapeau situé au sommet d'une tour artificielle.

Pierre est actuellement allongé dans l'herbe, en embuscade, à 36 mètres de cette tour.

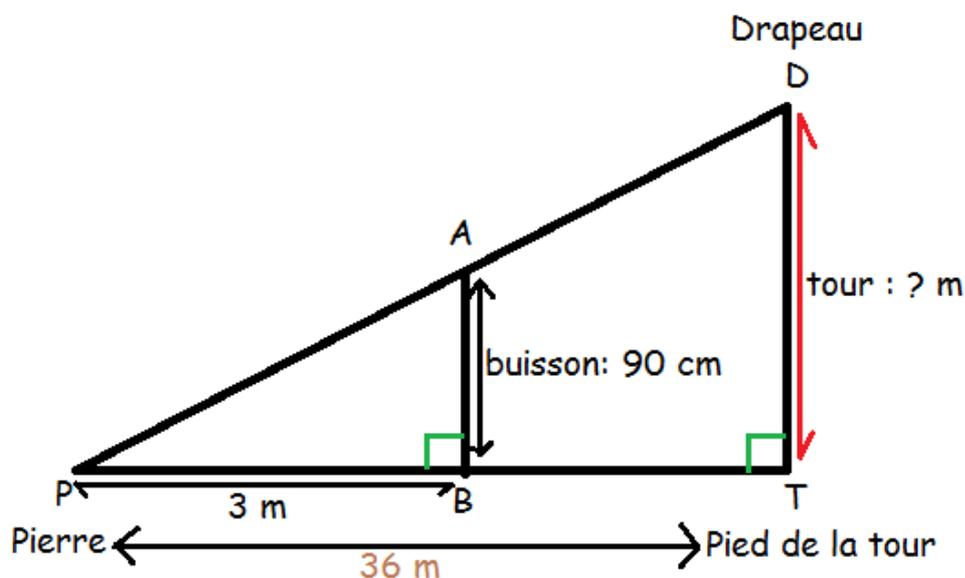
Sa tête est au niveau du sol .

Entre lui et la tour se trouve un buisson d'une hauteur de 90 cm. La distance qui sépare Pierre du buisson est de 3 mètres.

On estime que la position de Pierre est alignée avec le sommet du buisson et celui de la tour. La tour et le buisson sont chacun perpendiculaires au sol.

1) Modéliser cette situation par un schéma.

Schématisons la situation :



2) Quelle sera la distance que Pierre devra parcourir pour récupérer le drapeau quand il arrive le premier au pied de la tour ?

Comme $(AB) \perp (PT)$

$(DT) \perp (PT)$

Alors $(AB) \parallel (DT)$

De plus, $A \in (PD)$ et $B \in (PT)$.

Alors, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{PA}{PD} = \frac{PB}{PT} = \frac{AB}{DT} \quad \text{soit} \quad \frac{PA}{PD} = \frac{3}{36} = \frac{0,9}{DT} \quad \text{avec } AB = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}$$

Calcul de DT :

$$\frac{3}{36} = \frac{0,9}{DT}$$

$$DT = \frac{36 \times 0,9}{3} = \frac{32,4}{3} = 10,8 \text{ m}$$

Pierre devra parcourir **10,8 m** pour récupérer le drapeau lorsqu'il arrivera le premier au pied de la tour.

Exercice 2 : / 6 points

En détaillant le calcul, donner les résultats :

$$A = (-9) \times 7 + 42 \div (-6) \quad B = 21 + (-6) + (-17) \quad C = 4 - 4(7 \times 3 - 6) \quad D = 4 - 8 \times (-5)$$

$$A = -63 - 7 \quad B = 21 - 6 - 17 \quad C = 4 - 4 \times (21 - 6) \quad D = 4 - (-40)$$

$$A = -70 \quad B = 21 - 23 \quad C = 4 - 4 \times 15 \quad D = 4 + 40$$

$$B = -2 \quad C = 4 - 60 \quad D = 44$$

$$C = -56$$

Exercice 3 : / 4,5 points

Une entreprise propose un tarif pour la location d'un ordinateur.

Ce tarif est donné par le tableau ci-dessous :

Nombre de jours de location	1	2	5
Prix payé (en €)	15	30	75

1°) Le prix payé est-il proportionnel à la durée de location ?

Comme $\frac{15}{1} = \frac{30}{2} = \frac{75}{5} = 15$ alors le prix payé est proportionnel à la durée de location avec le tarif proposé et le coefficient est 15.

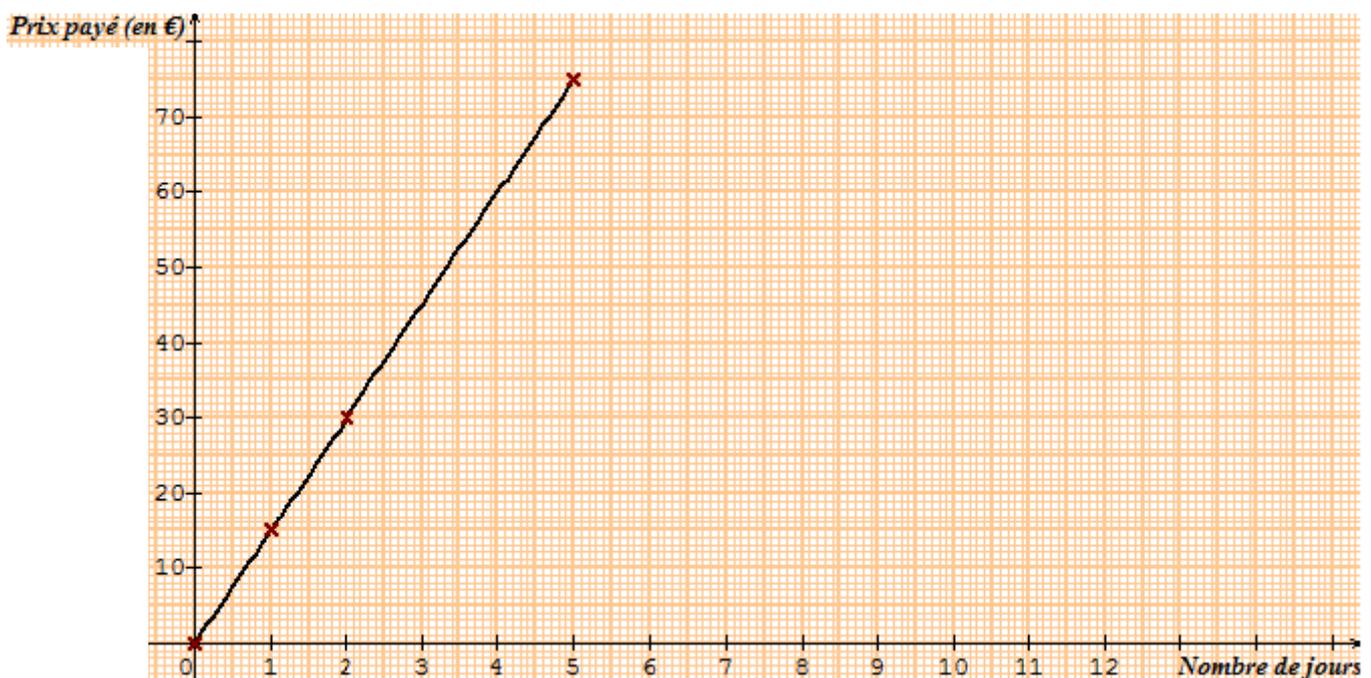
2°) Sur la feuille annexe page 6, tracer un repère orthogonal, en prenant :

- 1 cm pour 1 jour sur l'axe des abscisses.
- 1 cm pour 10 € sur l'axe des ordonnées.

Placer les points correspondants à la situation.

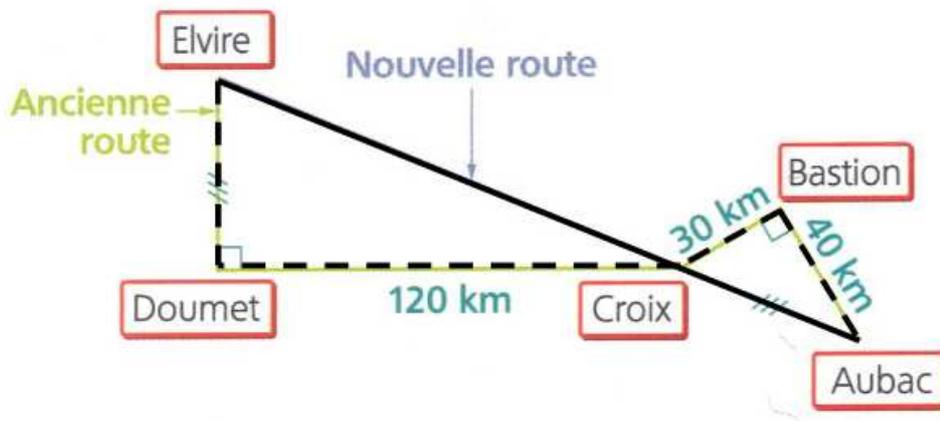
Que remarquez-vous concernant la position des points dans le repère ? Justifier.

On remarque que les points sont alignés avec l'origine. C'est dû au fait qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité.



Exercice 4 : /7 points

L'ancienne route reliant Aubac à Elvire est représentée en pointillés sur le schéma ci-dessous. La nouvelle route, récemment construite, y figure en trait plein.



Combien de kilomètres gagne-t-on en allant d'Aubac à Elvire par la nouvelle route plutôt que par l'ancienne ?

Pour connaître le nombre de kilomètres gagnés en passant par la nouvelle route, nous devons calculer le nombre de kilomètres parcourus en passant par l'ancienne route, le nombre de kilomètres parcourus en passant par la nouvelle route et faire la différence.

On nomme : E - Elvire ; D - Doumet ; C - Croix ; B - Bastion ; A - Aubiac.

On a : CD = 120 km ; BC = 30 km ; AB = 40 km ; AC = ED = ? et CE = ?

De plus ABC est rectangle en B et CDE est rectangle en D.

Calculons AC :

Dans le triangle ABC rectangle en B, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 40^2 + 30^2$$

$$AC^2 = 1\,600 + 900$$

$$AC^2 = 2\,500$$

$$AC = \sqrt{2\,500}$$

$$AC = 50$$

$$\text{donc } AC = ED = 50 \text{ km}$$

Calculons CE :

Dans le triangle CDE rectangle en D, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

$$CE^2 = CD^2 + ED^2$$

$$CE^2 = 120^2 + 50^2$$

$$CE^2 = 14\,400 + 2\,500$$

$$CE^2 = 16\,900$$

$$CE = \sqrt{16\,900}$$

$$CE = 130 \qquad \text{donc } CE = 130 \text{ km}$$

Nombre de kilomètres parcourus en passant par l'ancienne route :

$$ED + DC + CB + BA = 50 + 120 + 30 + 40 = 240 \text{ km}$$

Nombre de kilomètres parcourus en passant par la nouvelle route :

$$EC + CA = 130 + 50 = 180 \text{ km}$$

Différence :

$$240 - 180 = 60 \text{ km} \qquad \text{En passant par la nouvelle route, on gagne 60 km.}$$

Exercice 5 :/ 4 points

1) Supprimer les parenthèses, puis réduire l'expression suivante :

$$A = 5x + 3 - (7x - 6) + (-4x - 8)$$

$$A = 5x + 3 - 7x + 6 - 4x - 8$$

$$A = 5x - 7x - 4x + 3 + 6 - 8$$

$$A = -6x + 1$$

2) a) Développer puis réduire l'expression suivante :

$$B = 3x(6 - 2x) + x^2 - 12$$

$$B = 3 \times x \times 6 - 3 \times x \times 2 \times x + x^2 - 12$$

$$B = 18x - 6x^2 + x^2 - 12$$

$$B = -6x^2 + x^2 + 18x - 12$$

$$B = -5x^2 + 18x - 12$$

b) Calculer B pour $x = -1$

$$B = -5x^2 + 18x - 12$$

$$B = -5 \times (-1)^2 + 18 \times (-1) - 12$$

$$B = -5 \times 1 - 18 - 12$$

$$B = -5 - 18 - 12$$

$$B = -35$$

On peut vérifier avec l'expression de départ :

$$B = 3x(6 - 2x) + x^2 - 12$$

$$B = 3 \times (-1) \times (6 - 2 \times (-1)) + (-1)^2 - 12$$

$$B = -3 \times (6 + 2) + 1 - 12$$

$$B = -3 \times 8 + 1 - 12$$

$$B = -24 + 1 - 12$$

$$B = -23 - 12$$

$$B = -35$$

Exercice 6 : / 5,5 points

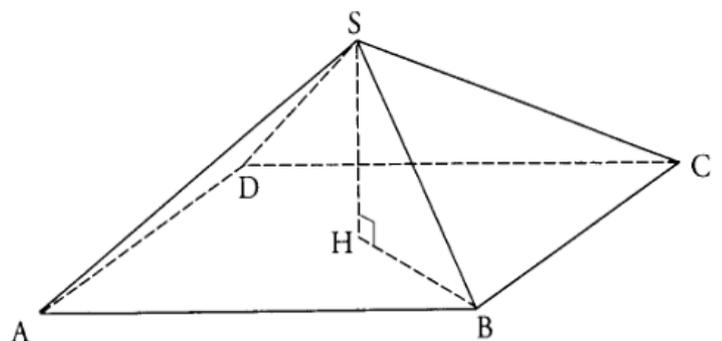
La pyramide régulière SABCD a pour sommet S et sa base ABCD est carrée.

On donne $AB = 6$ cm et $SB = 5$ cm.

La hauteur de la pyramide est [SH].

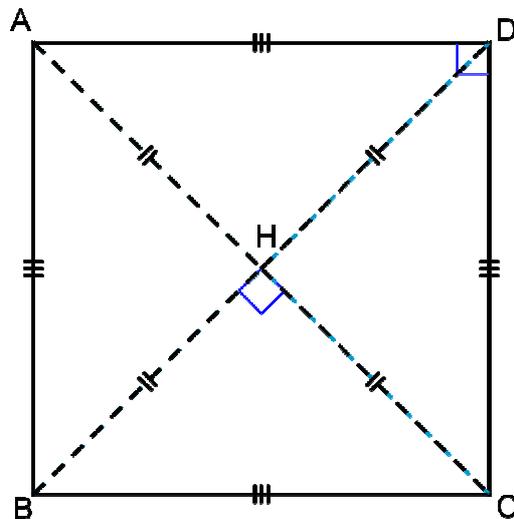
Pour chaque construction, vous laisserez les traces de constructions et vos calculs si vous jugez utile d'en faire.

La figure ci-dessous n'est pas dessinée en vraie grandeur



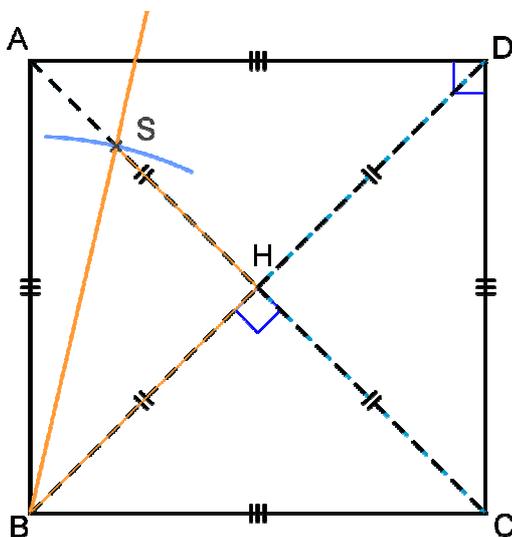
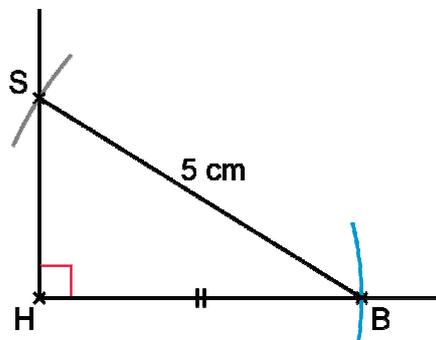
1) Sur la feuille annexe à rendre page 5, au verso, tracer, en vraie grandeur, la base ABCD de la pyramide et placer précisément le point H sur votre dessin.

La base ABCD est un carré de côté $AB = BC = CD = AD = 6$ cm. H est le centre du carré.



2) Sur la même feuille annexe, tracer, en vraie grandeur, le triangle SHB rectangle en H.

Méthode 1 : A l'aide du carré précédent et du compas, on reporte la longueur HB sachant que SBH est un triangle rectangle en H et que $SB = 5$ cm. Ou alors, on construit directement le triangle sur le carré.



ou alors

Méthode 2 : On peut calculer la longueur BH car BH est la moitié de BD et on sait que les diagonales d'un carré sont égales et se coupent en leur milieu.

Le triangle ABD est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = 6^2 + 6^2$$

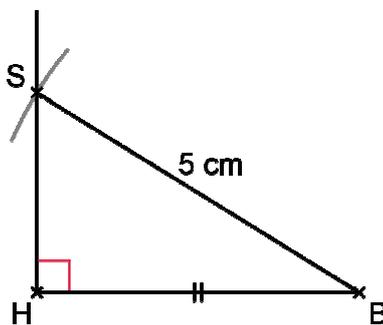
$$BD^2 = 36 + 36$$

$$BD^2 = 72$$

$$BD = \sqrt{72}$$

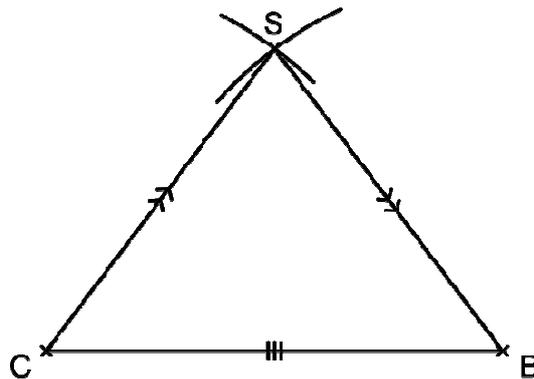
$$BD \approx 8,5 \text{ cm}$$

$$\text{et donc } BH \approx 8,5 : 2 = 4,3 \text{ cm}$$



3) Sur la même feuille annexe, tracer, en vraie grandeur, le triangle SBC.

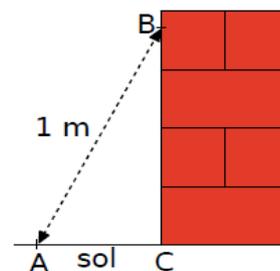
La pyramide de sommet S est régulière donc les faces latérales sont des triangles isocèles en S. Et on a : $SB = SC = 5 \text{ cm}$ et $BC = 6 \text{ cm}$.



Exercice 7 : / 3 points

Pour apprendre son métier, un apprenti maçon a monté un mur en brique de 0,90 m de hauteur.

Son patron arrive pour vérifier son travail : il marque un point B sur le mur à 80 cm du sol et un point A à 60 cm du pied du mur C. Il mesure alors la distance entre les points A et B et il obtient 1 m.



L'apprenti a-t-il bien construit son mur perpendiculairement au sol ? Justifier.

Le mur est perpendiculaire au sol si le triangle ABC est rectangle en C.

Vérifions.

On a $AB = 1 \text{ m}$; $BC = 80 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$ et $AC = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$.

$$AB^2 = 1^2 = 1 \quad \text{et} \quad BC^2 + AC^2 = 0,80^2 + 0,60^2 = 0,64 + 0,36 = 1$$

Comme $AB^2 = BC^2 + AC^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

Donc le mur est bien perpendiculaire au sol.

Annexe à rendre (5 points)

Indiquer les réponses sur cette feuille en inscrivant pour chaque ligne, la lettre (A, B ou C) correspondant à la réponse dans la colonne « Réponses ».

Pour chaque question, il existe une et une seule bonne réponse.

(1 point par bonne réponse et - 0,5 point par réponse fautive, aucun point pour une absence de réponse.)

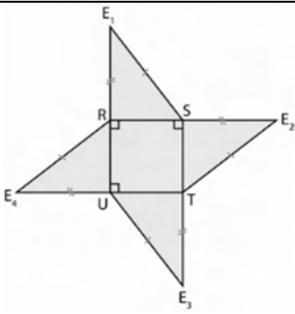
		Propositions			Réponses
		A	B	C	
	Questions				
1	L'inverse de 3 est ...	-3	0,3	$\frac{1}{3}$	C

Clémentines		
Masse (en kg)	2,4	3
Prix (en €)	5,16	x

2	Le nombre x vérifie l'égalité :	$3x = 2,4 \times 5,16$	$5,16x = 3 \times 2,4$	$2,4x = 3 \times 5,16$	C Egalité des produits en croix dans une situation de proportionnalité
---	-----------------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--

Citrons		
Masse (en kg)	y	0,35
Prix (en €)	1,92	1,12

3	Le nombre y vérifie l'égalité :	$\frac{y}{1,12} = \frac{0,35}{1,92}$	$\frac{1,92}{y} = \frac{1,12}{0,35}$	$\frac{y}{1,92} = \frac{1,12}{0,35}$	B Egalité des quotients dans une situation de proportionnalité
---	-----------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--

4	 <p>La figure ci-dessus représente-t-elle un patron de pyramide ?</p>	oui	Non	On ne peut pas savoir	B Car les longueurs des arêtes latérales ne correspondent pas
---	--	-----	-----	-----------------------	---

5	Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles ...	quelconques	isocèles	équilatéraux	B
---	---	-------------	----------	--------------	----------