

Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 + 13z + 40 = 0$

Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 40 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-13 - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-13 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-13 - 3}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-13 + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-13 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-13 + 3}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -8$ et $z_2 = -5$.

►2. $12t^2 + 28t + 15 = 0$

Je calcule $\Delta = 28^2 - 4 \times 12 \times 15 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-28 - \sqrt{64}}{2 \times 12} &= \frac{-28 - \sqrt{64}}{24} \\ &= \frac{-28 - 8}{24} \\ &= \frac{-36}{24} \\ &= \frac{-3 \times 12}{2 \times 12} \\ &= \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-28 + \sqrt{64}}{2 \times 12} &= \frac{-28 + \sqrt{64}}{24} \\ &= \frac{-28 + 8}{24} \\ &= \frac{-20}{24} \\ &= \frac{-5 \times 4}{6 \times 4} \\ &= \frac{-5}{6} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-3}{2}$ et $t_2 = \frac{-5}{6}$.

►3. $z^2 + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 8 = -32$.

Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 + t - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-1 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-1 - 5}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{-1 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-1 + 5}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -3$ et $t_2 = 2$.

►2. $10z^2 + 13z - 14 = 0$

Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 10 \times (-14) = 729$ et $\sqrt{729} = 27$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-13 - \sqrt{729}}{2 \times 10} &= \frac{-13 - \sqrt{729}}{20} & \frac{-13 + \sqrt{729}}{2 \times 10} &= \frac{-13 + \sqrt{729}}{20} \\ &= \frac{-13 - 27}{20} & &= \frac{-13 + 27}{20} \\ &= \frac{-40}{20} & &= \frac{14}{20} \\ &= -2 & &= \frac{7 \times 2}{10 \times 2} \\ & & &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -2$ et $z_2 = \frac{7}{10}$.

►3. $-y^2 + 5y - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times (-5) = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 + \sqrt{5}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 + \sqrt{5}}{-2} & \frac{-5 - \sqrt{5}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 - \sqrt{5}}{-2} \\ &= \frac{5 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{5}}{2 \times (-1)} & &= \frac{5 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{5}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{5 - \sqrt{5}}{2} & &= \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ et $y_2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 + 8t + 12 = 0$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8 - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-8 - \sqrt{16}}{2} & \frac{-8 + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-8 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-8 - 4}{2} & &= \frac{-8 + 4}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{-4}{2} \\ &= -6 & &= -2 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -6$ et $t_2 = -2$.

►2. $-15y^2 + 8y - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times (-15) \times (-1) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8 + \sqrt{4}}{2 \times (-15)} &= \frac{-8 + \sqrt{4}}{-30} & \frac{-8 - \sqrt{4}}{2 \times (-15)} &= \frac{-8 - \sqrt{4}}{-30} \\ &= \frac{-8 + 2}{-30} & &= \frac{-8 - 2}{-30} \\ &= \frac{-6}{-30} & &= \frac{-10}{-30} \\ &= \frac{1 \times (-6)}{5 \times (-6)} & &= \frac{1 \times (-10)}{3 \times (-10)} \\ &= \frac{1}{5} & &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{1}{5}$ et $y_2 = \frac{1}{3}$.

►3. $x^2 + 7x - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 53$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-7 - \sqrt{53}}{2 \times 1} = \frac{-7 - \sqrt{53}}{2} \qquad \frac{-7 + \sqrt{53}}{2 \times 1} = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-7 - \sqrt{53}}{2}$ et $x_2 = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 - 2t - 24 = 0$

Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-2) - \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{2 - \sqrt{100}}{2} & \frac{-(-2) + \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{2 + \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{2 - 10}{2} & &= \frac{2 + 10}{2} \\ &= \frac{-8}{2} & &= \frac{12}{2} \\ &= -4 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -4$ et $t_2 = 6$.

►2. $-44z^2 + 23z - 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 23^2 - 4 \times (-44) \times (-3) = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-23 + \sqrt{1}}{2 \times (-44)} &= \frac{-23 + \sqrt{1}}{-88} & \frac{-23 - \sqrt{1}}{2 \times (-44)} &= \frac{-23 - \sqrt{1}}{-88} \\ &= \frac{-23 + 1}{-88} & &= \frac{-23 - 1}{-88} \\ &= \frac{-22}{-88} & &= \frac{-24}{-88} \\ &= \frac{1 \times (-22)}{4 \times (-22)} & &= \frac{3 \times (-8)}{11 \times (-8)} \\ &= \frac{1}{4} & &= \frac{3}{11} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{1}{4}$ et $z_2 = \frac{3}{11}$.

►3. $-x^2 + 8x + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times (-1) \times 8 = 96$ et $\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8 + \sqrt{96}}{2 \times (-1)} &= \frac{-8 + \sqrt{96}}{-2} & \frac{-8 - \sqrt{96}}{2 \times (-1)} &= \frac{-8 - \sqrt{96}}{-2} \\ &= \frac{-8 + 4\sqrt{6}}{-2} & &= \frac{-8 - 4\sqrt{6}}{-2} \\ &= \frac{4 \times (-2) - 2 \times (-2)\sqrt{6}}{1 \times (-2)} & &= \frac{4 \times (-2) + 2 \times (-2)\sqrt{6}}{1 \times (-2)} \\ &= 4 - 2\sqrt{6} & &= 4 + 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 4 - 2\sqrt{6}$ et $x_2 = 4 + 2\sqrt{6}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - 3z + 2 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{3 - 1}{2} & &= \frac{3 + 1}{2} \\ &= \frac{2}{2} & &= \frac{4}{2} \\ &= 1 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 1$ et $z_2 = 2$.

►2. $5t^2 - 12t + 4 = 0$

Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 5 \times 4 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-12) - \sqrt{64}}{2 \times 5} &= \frac{12 - \sqrt{64}}{10} & \frac{-(-12) + \sqrt{64}}{2 \times 5} &= \frac{12 + \sqrt{64}}{10} \\ &= \frac{12 - 8}{10} & &= \frac{12 + 8}{10} \\ &= \frac{4}{10} & &= \frac{20}{10} \\ &= \frac{2 \times 2}{5 \times 2} & &= 2 \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{2}{5}$ et $t_2 = 2$.

►3. $x^2 - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 24$ et $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0 - \sqrt{24}}{2 \times 1} &= \frac{-\sqrt{24}}{2} & \frac{-0 + \sqrt{24}}{2 \times 1} &= \frac{+\sqrt{24}}{2} \\ &= \frac{-2\sqrt{6}}{2} & &= \frac{+2\sqrt{6}}{2} \\ &= \frac{0_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{6}}{1_{\times 2}} & &= \frac{0_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{6}}{1_{\times 2}} \\ &= -\sqrt{6} & &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -\sqrt{6}$ et $x_2 = \sqrt{6}$.