Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

▶1. $t^2 + 3t - 40 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-40) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{-3-13}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{169}}{2}\\ &= \frac{-3+13}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -8$ et $t_2 = 5$.

▶2. $10t^2 - 31t + 15 = 0$

Je calcule $\Delta = (-31)^2 - 4 \times 10 \times 15 = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-31)-\sqrt{361}}{2\times 10} &= \frac{31-\sqrt{361}}{20}\\ &= \frac{31-19}{20}\\ &= \frac{12}{20}\\ &= \frac{3_{\times 4}}{5_{\times 4}}\\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-31)+\sqrt{361}}{2\times 10} &= \frac{31+\sqrt{361}}{20}\\ &= \frac{31+19}{20}\\ &= \frac{50}{20}\\ &= \frac{5_{\times 10}}{2_{\times 10}}\\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{3}{5}$ et $t_2 = \frac{5}{2}$.

▶3. $-t^2 + 4t - 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{8}}{2\times(-1)} &= \frac{-4+\sqrt{8}}{-2}\\ &= \frac{-4+2\sqrt{2}}{-2}\\ &= \frac{2_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 2-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{8}}{2\times(-1)} &= \frac{-4-\sqrt{8}}{-2}\\ &= \frac{-4-2\sqrt{2}}{-2}\\ &= \frac{2_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 2+\sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = 2 - \sqrt{2}$ et $t_2 = 2 + \sqrt{2}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

▶1. $x^2 + 2x - 15 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{-2-8}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{-2+8}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = 3$.

►2. $9x^2 + 46x + 40 = 0$
Je calcule $\Delta = 46^2 - 4 \times 9 \times 40 = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-46-\sqrt{676}}{2\times 9} &= \frac{-46-\sqrt{676}}{18} \\ &= \frac{-46-26}{18} \\ &= \frac{-72}{18} \\ &= -4\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-46+\sqrt{676}}{2\times 9} &= \frac{-46+\sqrt{676}}{18} \\ &= \frac{-46+26}{18} \\ &= \frac{-20}{18} \\ &= \frac{-10_{\times 2}}{9_{\times 2}} \\ &= \frac{-10}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \frac{-10}{9}$.

►3. $y^2 + 9y - 9 = 0$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 117$ et $\sqrt{117} = 3\sqrt{13}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{117}}{2\times 1} &= \frac{-9-\sqrt{117}}{2} \\ &= \frac{-9-3\sqrt{13}}{2}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{117}}{2\times 1} &= \frac{-9+\sqrt{117}}{2} \\ &= \frac{-9+3\sqrt{13}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-9-3\sqrt{13}}{2}$ et $y_2 = \frac{-9+3\sqrt{13}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 - 6y = 0$
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{6-\sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{6-6}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-6)+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{6+\sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{6+6}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 0$ et $y_2 = 6$.

►**2.** $-15y^2 - 11y + 12 = 0$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times (-15) \times 12 = 841$ et $\sqrt{841} = 29$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{841}}{2\times(-15)} &= \frac{11+\sqrt{841}}{-30}\\ &= \frac{11+29}{-30}\\ &= \frac{40}{-30}\\ &= \frac{-4_{\times(-10)}}{3_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-4}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{841}}{2\times(-15)} &= \frac{11-\sqrt{841}}{-30}\\ &= \frac{11-29}{-30}\\ &= \frac{-18}{-30}\\ &= \frac{3_{\times(-6)}}{5_{\times(-6)}}\\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-4}{3}$ et $y_2 = \frac{3}{5}$.

►**3.** $-t^2 - 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = -28$.

Comme $\Delta < 0$, $P(t)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $t^2 - t - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{1-5}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{1+5}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -2$ et $t_2 = 3$.

►**2.** $5z^2 - 19z - 4 = 0$

Je calcule $\Delta = (-19)^2 - 4 \times 5 \times (-4) = 441$ et $\sqrt{441} = 21$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-19)-\sqrt{441}}{2\times 5} &= \frac{19-\sqrt{441}}{10}\\ &= \frac{19-21}{10}\\ &= \frac{-2}{10}\\ &= \frac{-1_{\times 2}}{5_{\times 2}}\\ &= \frac{-1}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-19)+\sqrt{441}}{2\times 5} &= \frac{19+\sqrt{441}}{10}\\ &= \frac{19+21}{10}\\ &= \frac{40}{10}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{-1}{5}$ et $z_2 = 4$.

▶**3.** $-y^2+8y-9=0$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4\times(-1)\times(-9) = 28$ et $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{28}}{2\times(-1)} &= \frac{-8+\sqrt{28}}{-2}\\ &= \frac{-8+2\sqrt{7}}{-2}\\ &= \frac{4_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{7}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 4-\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{28}}{2\times(-1)} &= \frac{-8-\sqrt{28}}{-2}\\ &= \frac{-8-2\sqrt{7}}{-2}\\ &= \frac{4_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{7}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 4+\sqrt{7}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 4-\sqrt{7}$ et $y_2 = 4+\sqrt{7}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $t^2-18t+81=0$
Je calcule $\Delta = (-18)^2 - 4\times 1\times 81 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $P(t)$ a une seule racine $t_0 = \dfrac{-(-18)}{2\times 1} = 9$.

▶**2.** $-3z^2-20z-25=0$
Je calcule $\Delta = (-20)^2 - 4\times(-3)\times(-25) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-20)+\sqrt{100}}{2\times(-3)} &= \frac{20+\sqrt{100}}{-6}\\ &= \frac{20+10}{-6}\\ &= \frac{30}{-6}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-20)-\sqrt{100}}{2\times(-3)} &= \frac{20-\sqrt{100}}{-6}\\ &= \frac{20-10}{-6}\\ &= \frac{10}{-6}\\ &= \frac{-5_{\times(-2)}}{3_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-5}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -5$ et $z_2 = \dfrac{-5}{3}$.

▶**3.** $t^2+9t-4=0$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4\times 1\times(-4) = 97$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\frac{-9-\sqrt{97}}{2\times 1} = \frac{-9-\sqrt{97}}{2}$$

$$\frac{-9+\sqrt{97}}{2\times 1} = \frac{-9+\sqrt{97}}{2}$$

Les racines de P sont $t_1 = \dfrac{-9-\sqrt{97}}{2}$ et $t_2 = \dfrac{-9+\sqrt{97}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $z^2+6z=0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4\times 1\times 0 = 36$ et $\sqrt{36}=6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-6-6}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-6+6}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1=-6$ et $z_2=0$.

▶**2.** $40y^2+87y+27=0$

Je calcule $\Delta = 87^2 - 4\times 40\times 27 = 3\,249$ et $\sqrt{3\,249}=57$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-87-\sqrt{3\,249}}{2\times 40} &= \frac{-87-\sqrt{3\,249}}{80}\\ &= \frac{-87-57}{80}\\ &= \frac{-144}{80}\\ &= \frac{-9_{\times 16}}{5_{\times 16}}\\ &= \frac{-9}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-87+\sqrt{3\,249}}{2\times 40} &= \frac{-87+\sqrt{3\,249}}{80}\\ &= \frac{-87+57}{80}\\ &= \frac{-30}{80}\\ &= \frac{-3_{\times 10}}{8_{\times 10}}\\ &= \frac{-3}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1=\dfrac{-9}{5}$ et $y_2=\dfrac{-3}{8}$.

▶**3.** $z^2+5z+9=0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4\times 1\times 9 = -11$.

Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines.