Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Soit $E = x^3 + 5x^2 - 6x)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x+6$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +5x^2 & -6x & +0 & x+6 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2-x \\ \cline{1-2} +0x^3 & -1x^2 & -6x & & \\ & -(-1x^2 & -6x) & & \\ \cline{2-3} & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 5x^2 - 6x = \left(x^2 - x\right) \times (x+6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{1-1}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{1+1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-0)(x-1)$$

On en conclue donc que $E = (x+6)(x-0)(x-1)$

►**2.** Soit $F = -6x^3 - 17x^2 - 11x - 2)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x+2$

$$\begin{array}{rrrr|l} -6x^3 & -17x^2 & -11x & -2 & x+2 \\ \cline{5-5} -(-6x^3 & -12x^2) & & & -6x^2-5x-1 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -5x^2 & -11x & & \\ & -(-5x^2 & -10x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -1x & -2 & \\ & & -(-1x & -2) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-6x^3 - 17x^2 - 11x - 2 = \left(-6x^2 - 5x - 1\right) \times (x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -6x^2 - 5x - 1$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times (-6) \times (-1) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times(-6)} &= \frac{5+\sqrt{1}}{-12} \\ &= \frac{5+1}{-12} \\ &= \frac{6}{-12} \\ &= \frac{-1_{\times(-6)}}{2_{\times(-6)}} \\ &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times(-6)} &= \frac{5-\sqrt{1}}{-12} \\ &= \frac{5-1}{-12} \\ &= \frac{4}{-12} \\ &= \frac{-1_{\times(-4)}}{3_{\times(-4)}} \\ &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-1}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -6 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) = -6 \times \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = -6\,(x+2)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)\left(x + \dfrac{1}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Soit $E = x^3 + 14x^2 + 49x + 36)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +14x^2 & +49x & +36 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+5x+4 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +5x^2 & +49x & & \\
 & -(+5x^2 & +45x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +4x & +36 & \\
 & & -(+4x & +36) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 14x^2 + 49x + 36 = \left(x^2 + 5x + 4\right) \times (x+9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 5x + 4$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-5-3}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-5+3}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-4))\,(x - (-1)) = (x+4)\,(x+1)$$

On en conclue donc que $E = (x+9)\,(x+4)\,(x+1)$

►**2.** Soit $F = -21x^3 + 53x^2 - 16x - 12)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-21x^3 & +53x^2 & -16x & -12 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(-21x^3 & +42x^2) & & & -21x^2+11x+6 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +11x^2 & -16x & & \\
 & -(+11x^2 & -22x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +6x & -12 & \\
 & & -(+6x & -12) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-21x^3 + 53x^2 - 16x - 12 = \left(-21x^2 + 11x + 6\right) \times (x-2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -21x^2 + 11x + 6$
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-21) \times 6 = 625$ et $\sqrt{625} = 25$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{625}}{2\times(-21)} &= \frac{-11+\sqrt{625}}{-42}\\ &= \frac{-11+25}{-42}\\ &= \frac{14}{-42}\\ &= \frac{-1_{\times(-14)}}{3_{\times(-14)}}\\ &= \frac{-1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{625}}{2\times(-21)} &= \frac{-11-\sqrt{625}}{-42}\\ &= \frac{-11-25}{-42}\\ &= \frac{-36}{-42}\\ &= \frac{6_{\times(-6)}}{7_{\times(-6)}}\\ &= \frac{6}{7}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-1}{3}$ et $x_2 = \frac{6}{7}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -21 \times \left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)\left(x - \frac{6}{7}\right) = -21 \times \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{6}{7}\right)$$

On en conclue donc que $F = -21\,(x-2)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{6}{7}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Soit $E = x^3 - x^2 - 66x + 216)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -1x^2 & -66x & +216 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2-10x+24 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -10x^2 & -66x & & \\
& -(-10x^2 & -90x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +24x & +216 & \\
& & -(+24x & +216) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - x^2 - 66x + 216 = \left(x^2 - 10x + 24\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 10x + 24$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{10-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{10-2}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{10+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{10+2}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 6$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 9) \times x^2 - 10x + 24$

▶**2.** Soit $F = -18x^3 - 63x^2 - 52x - 7)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-18x^3 & -63x^2 & -52x & -7 & x+1 \\
\cline{5-5}
-(-18x^3 & -18x^2) & & & -18x^2 - 45x - 7 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -45x^2 & -52x & & \\
& -(-45x^2 & -45x) & & \\
\cline{2-3}
& +0x^2 & -7x & -7 & \\
& & -(-7x & -7) & \\
\cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-18x^3 - 63x^2 - 52x - 7 = \left(-18x^2 - 45x - 7\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -18x^2 - 45x - 7$
Je calcule $\Delta = (-45)^2 - 4 \times (-18) \times (-7) = 1\,521$ et $\sqrt{1\,521} = 39$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-45) + \sqrt{1\,521}}{2 \times (-18)} &= \frac{45 + \sqrt{1\,521}}{-36} \\
&= \frac{45 + 39}{-36} \\
&= \frac{84}{-36} \\
&= \frac{-7_{\times(-12)}}{3_{\times(-12)}} \\
&= \frac{-7}{3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-45) - \sqrt{1\,521}}{2 \times (-18)} &= \frac{45 - \sqrt{1\,521}}{-36} \\
&= \frac{45 - 39}{-36} \\
&= \frac{6}{-36} \\
&= \frac{-1_{\times(-6)}}{6_{\times(-6)}} \\
&= \frac{-1}{6}
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-7}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-1}{6}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -18 \times \left(x - \left(-\frac{7}{3}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{6}\right)\right) = -18 \times \left(x + \frac{7}{3}\right)\left(x + \frac{1}{6}\right)$$

On en conclue donc que $F = -18\,(x + 1)\left(x + \dfrac{7}{3}\right)\left(x + \dfrac{1}{6}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

▶**1.** Soit $E = x^3 - 13x^2 + 39x - 27)$

a) Comme $E(1) = 0$, on peut diviser E par $x - 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -13x^2 & +39x & -27 & x-1 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & -1x^2) & & & x^2 - 12x + 27 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -12x^2 & +39x & & \\
& -(-12x^2 & +12x) & & \\
\cline{2-3}
& +0x^2 & +27x & -27 & \\
& & -(+27x & -27) & \\
\cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 13x^2 + 39x - 27 = \left(x^2 - 12x + 27\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 12x + 27$
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 27 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-12)-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{12-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{12-6}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-12)+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{12+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{12+6}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x-1) \times x^2 - 12x + 27$

▶**2.** Soit $F = -10x^3 + 27x^2 + 7x - 30)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} -10x^3 & +27x^2 & +7x & -30 & x+1 \\ \cline{5-5} -(-10x^3 & -10x^2) & & & -10x^2+37x-30 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +37x^2 & +7x & & \\ & -(+37x^2 & +37x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -30x & -30 & \\ & & -(-30x & -30) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-10x^3 + 27x^2 + 7x - 30 = \left(-10x^2 + 37x - 30\right) \times (x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -10x^2 + 37x - 30$
Je calcule $\Delta = 37^2 - 4 \times (-10) \times (-30) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-37+\sqrt{169}}{2\times(-10)} &= \frac{-37+\sqrt{169}}{-20}\\ &= \frac{-37+13}{-20}\\ &= \frac{-24}{-20}\\ &= \frac{6_{\times(-4)}}{5_{\times(-4)}}\\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-37-\sqrt{169}}{2\times(-10)} &= \frac{-37-\sqrt{169}}{-20}\\ &= \frac{-37-13}{-20}\\ &= \frac{-50}{-20}\\ &= \frac{5_{\times(-10)}}{2_{\times(-10)}}\\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{6}{5}$ et $x_2 = \frac{5}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -10 \times \left(x - \frac{6}{5}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -10\,(x+1)\left(x - \frac{6}{5}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Soit $E = x^3 - 3x^2 - 49x - 45)$

a) Comme $E(-5) = 0$, on peut diviser E par $x + 5$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -3x^2 & -49x & -45 & x+5 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +5x^2) & & & x^2-8x-9 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -8x^2 & -49x & & \\
 & -(-8x^2 & -40x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -9x & -45 & \\
 & & -(-9x & -45) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 3x^2 - 49x - 45 = \left(x^2 - 8x - 9\right) \times (x + 5)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 8x - 9$
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-8) - \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{8 - \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{8 - 10}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-8) + \sqrt{100}}{2 \times 1} &= \frac{8 + \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{8 + 10}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 5) \times x^2 - 8x - 9$

▶**2.** Soit $F = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 20)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-2x^3 & +3x^2 & +12x & -20 & x-2 \\
\cline{5-5}
-(-2x^3 & +4x^2) & & & -2x^2-x+10 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & +12x & & \\
 & -(-1x^2 & +2x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +10x & -20 & \\
 & & -(+10x & -20) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-2x^3 + 3x^2 + 12x - 20 = \left(-2x^2 - x + 10\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -2x^2 - x + 10$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times 10 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{81}}{2 \times (-2)} &= \frac{1 + \sqrt{81}}{-4} \\ &= \frac{1 + 9}{-4} \\ &= \frac{10}{-4} \\ &= \frac{-5_{\times(-2)}}{2_{\times(-2)}} \\ &= \frac{-5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{81}}{2 \times (-2)} &= \frac{1 - \sqrt{81}}{-4} \\ &= \frac{1 - 9}{-4} \\ &= \frac{-8}{-4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-5}{2}$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -2 \times \left(x - \left(-\frac{5}{2}\right)\right)(x-2) = -2 \times \left(x + \frac{5}{2}\right)(x-2)$$

On en conclue donc que $F = -2\,(x-2)\left(x + \dfrac{5}{2}\right)(x-2)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 + 8x^2 - 100x - 800)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +8x^2 & -100x & -800 & x+10 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-2x-80 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -2x^2 & -100x & & \\
 & -(-2x^2 & -20x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -80x & -800 & \\
 & & -(-80x & -800) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 8x^2 - 100x - 800 = \left(x^2 - 2x - 80\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 2x - 80$
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-80) = 324$ et $\sqrt{324} = 18$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-(-2) - \sqrt{324}}{2 \times 1} &= \frac{2 - \sqrt{324}}{2} \\
&= \frac{2 - 18}{2} \\
&= \frac{-16}{2} \\
&= -8
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-2) + \sqrt{324}}{2 \times 1} &= \frac{2 + \sqrt{324}}{2} \\
&= \frac{2 + 18}{2} \\
&= \frac{20}{2} \\
&= 10
\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 10$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \left(1 - \sqrt{79}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{79}\right)\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\left(x - \left(1 - \sqrt{79}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{79}\right)\right)$

►**2.** Soit $F = -5x^3 - 6x^2 + 20x + 24)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-5x^3 & -6x^2 & +20x & +24 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(-5x^3 & +10x^2) & & & -5x^2-16x-12 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -16x^2 & +20x & & \\
 & -(-16x^2 & +32x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -12x & +24 & \\
 & & -(-12x & +24) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-5x^3 - 6x^2 + 20x + 24 = \left(-5x^2 - 16x - 12\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -5x^2 - 16x - 12$
Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times (-5) \times (-12) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-16)+\sqrt{16}}{2\times(-5)} &= \frac{16+\sqrt{16}}{-10} \\ &= \frac{16+4}{-10} \\ &= \frac{20}{-10} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-16)-\sqrt{16}}{2\times(-5)} &= \frac{16-\sqrt{16}}{-10} \\ &= \frac{16-4}{-10} \\ &= \frac{12}{-10} \\ &= \frac{-6_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}} \\ &= \frac{-6}{5} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \dfrac{-6}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -5 \times (x - (-2))\left(x - \left(-\frac{6}{5}\right)\right) = -5 \times (x+2)\left(x + \frac{6}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -5\,(x-2)\,(x+2)\left(x+\dfrac{6}{5}\right)$