

Corrigé du brevet Centres étrangers juin 2011

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

1. $A = (x-3)^2 + (x-3)(1-2x) = x^2 - 2x \times 3 + 3^2 + x - x \times 2x - 3 \times 1 + 3 \times 2x$;
 $A = x^2 - 6x + 9 + x - 2x^2 - 3 + 6x = -x^2 + x + 6$.
2. $A = (x-3)^2 + (x-3)(1-2x) = \boxed{(x-3)} \times (x-3) + \boxed{(x-3)} (1-2x)$:
 $A = \boxed{(x-3)} \times [(x-3) + (1-2x)] = (x-3)[x-3+1-2x]$
 Finalement $A = (x-3)(-x-2)$.
3. Résoudre l'équation $A = 0$ revient à résoudre l'équation $(x-3)(-x-2) = 0$ (en utilisant l'écriture factorisée.)
 Un produit est nul, si l'un de ses facteurs est nul.
 Donc ou $x-3 = 0$ ou $-x-2 = 0$, soit ou $x = 3$ ou $-2 = x$.
 L'équation a deux solutions : -2 et 3 .

Exercice 2

1. a. $A = \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300} = \sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{100 \times 3}$.
 En utilisant pour a et b naturels, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$, on obtient :
 $A = \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} - \sqrt{100} \times \sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} + 5 \times 2 \times \sqrt{3} - 10 \times \sqrt{3} = (3+10-10)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.
 Sophie a donc raison.
- b. Faux : la calculatrice ne permet pas de savoir si le calcul de Sophie est correct, car la calculatrice ne donne que des valeurs approchées.
2. $B = \frac{10-18}{2} = \frac{-8}{2} = -4$.
 C'est donc Éric qui a raison. En fait Sophie a calculé $\frac{(10-9) \times 2}{2}$.

Exercice 3

1. 70 km ou 70 000 m parcourus en 132 s donnent une vitesse moyenne de $v = \frac{d}{t} = \frac{70\,000}{132} \approx 530,3$ m/s.
 En une heure la distance parcourue est multipliée par 3600 soit environ 1 909 090,9 m, soit environ 1 909,1 km/h.
 $13,4 \times 6 \times 10^{(-11)} + 24$
2. a. $r + h = 6,4 \times 10^6 + 1,9 \times 10^6 = (6,4 + 1,9) \times 10^6 = 8,3 \times 10^6$.
 b. D'après la formule : $v = \sqrt{\frac{13,4 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{8,3 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{80,4 \times 10^{13}}{8,3 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{80,4}{8,3} \times 10^7} \approx 9842$ au m/s près.
 En notation scientifique $v \approx 9,842 \times 10^3$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

Exercice 1

Prenons comme unité le mètre.
 On a $AO^2 + OB^2 = 0,6^2 + 0,8^2 = 0,36 + 0,64 = 1$ et d'autre part $AB^2 = 1^2 = 1$.
 D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AOB est rectangle en O : les murs sont donc bien perpendiculaires.

Exercice 2

4 3 4 3 4 4 xLZ"x,3x9

1. On a $V_b = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi$ (cm²)

2. Le volume du cône est $V_c = \frac{1}{3} \times \pi \times 2,7^2 \times 12 = 10,8\pi$.
3. Remplir le cône est donc moins intéressant que de poser la boule sur le cône.

Exercice 3

1. a. Dans le triangle MPW, C est entre P et M, T entre P et W], et les droites (CT) et (MW) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès,

$$\frac{PC}{PM} = \frac{CT}{MW} \text{ ou en remplaçant par les valeurs connues :}$$

$$\frac{3,78}{4,2} = \frac{CT}{3,4}, \text{ d'où en multipliant par } 3,4 :$$

$$CT = \frac{3,78 \times 3,4}{4,2} = 3,06 \text{ (m).}$$

- b. $3,06 \times 2 = 6,12 < 7$. Donc 7 m de fil suffiront.

2. Toujours d'après le théorème de Thalès on doit avoir :

$$\frac{PC}{PM} = \frac{PT}{PW} \text{ soit en remplaçant :}$$

$$\frac{3,78}{4,2} = \frac{1,88}{2,3}.$$

Si ces quotients sont égaux les « produits en croix » le sont aussi :

$$3,78 \times 2,3 = \dots 4 \text{ et}$$

$4,2 \times 1,88 = \dots 6$, donc les quotients ne sont pas égaux, la couture n'a pas été faite parallèle au bord [MW] de la voile.

PROBLÈME**12 points****Partie 1 :**

1. Le triangle CGF étant rectangle en C, le théorème de Pythagore s'écrit :
 $GF^2 = GC^2 + CF^2$, soit $GF^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$. Donc $GF = \sqrt{2}$ m.
2. Si on déplace les étagères d'une distance x , toujours d'après le théorème de Pythagore, on aura
 $x^2 + x^2 = 1$ soit $2x^2 = 1$ ou encore $x^2 = \frac{1}{2}$ m. Donc $x = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0,71$ m

Partie 2 :

1. Le débit est, mentalement de 0,5 Mo/s (en effet $0,5 \times 7 = 3,5$).
2. Tableau :

| Nombre d'élèves | 100 | 200 | 300 |
|-----------------|---------|---------|---------|
| Tarif A | 19,00 € | 19,00 € | 19,00 € |
| Tarif B | 10,00 € | 20,00 € | 30,00 € |
| Tarif C | 13,00 € | 18,00 € | 23,00 € |

3. a. Le tarif C correspond à la deuxième fonction.
 b. Cette fonction est affine car elle est de la forme $x \mapsto ax + b$.
4. Voir à la fin.
5. D'après le graphique, le tarif A est plus intéressant que le tarif C à partir de 220 élèves.
6. Avec un effectif de 209 élèves, le tarif le plus intéressant est le tarif C.

Partie 3 :

1. On calcule le nombre moyen d'emprunts par élève ainsi :

$$\frac{0 \times 39 + 1 \times 30 + 2 \times 36 + 3 \times 23 + 4 \times 20 + 5 \times 22 + 6 \times 18 + 7 \times 10 + 8 \times 11}{39 + 30 + 36 + 23 + 20 + 22 + 18 + 10 + 11} \frac{627}{209} = 3.$$

2. La médiane est la valeur correspondant au 105^e rang soit 2.

On peut aussi compléter le tableau des effectifs cumulés croissants :

| | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nombre d'emprunts en novembre 2010 : | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Nombre d'élèves : | 39 | 30 | 36 | 23 | 20 | 22 | 18 | 10 | 11 |
| Effectif cumulé croissant | 39 | 69 | 105 | 128 | 148 | 170 | 188 | 198 | 209 |

Comme la 105^e valeur est 2, la médiane de cette série est 2.

Partie 4 :

1. On est en situation d'équiprobabilité de choix. Il a 3 chances sur 5 de sortir une BD, soit une probabilité de $\frac{3}{5} = 0,6$.
2. Après le premier tirage, il reste trois bandes-dessinées et un album dans le colis, il a donc 3 chances sur 4 livres restants de tirer une BD, soit une probabilité de $\frac{3}{4} = 0,75$.

ANNEXE
(À rendre avec la copie)

