Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie
19 novembre 2012

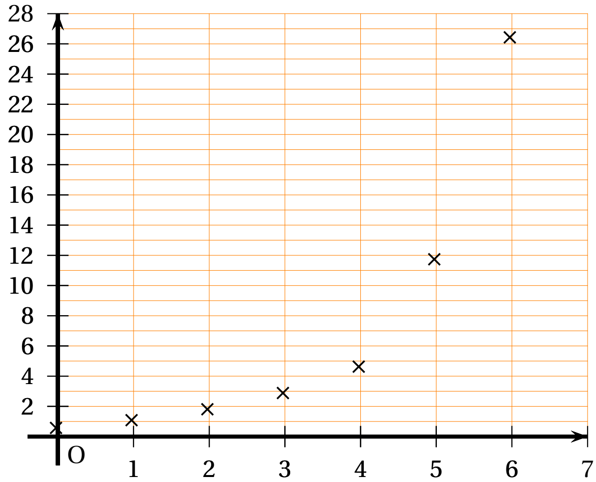
EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un article paru en 2008 dans le journal *Les Échos* indiquait les coûts (en milliards d'euros) des derniers Jeux Olympiques depuis 1984. Ces données sont résumées dans le tableau suivant :

Lieu	Los Angeles	Séoul	Barcelone	Atlanta	Sydney	Athènes	Pékin
Année	1984	1988	1992	1996	2000	2004	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Coût y_i	0,45	0,96	1,67	2,75	4,5	11,6	26,3

1. On a tracé ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_1)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. Expliquer pourquoi un ajustement affine ne semble pas justifié.



2. Une première modélisation : ajustement exponentiel

   Pour $0 \leqslant i \leqslant 6$, on pose $z_i = \ln y_i$.

   a. Recopier le tableau ci-dessous et le compléter avec les valeurs z_i, arrondies au centième.

Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$							

   b. À l'aide de la calculatrice, et en utilisant les données du tableau ci-dessus, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au millième).

   c. En déduire une approximation des coûts y, en milliards, sous la forme $y = A\text{e}^{Bx}$ où les coefficients A et B seront arrondis au centième.

   d. On suppose que cette modélisation reste acceptable jusqu'en 2012. Quelle estimation des coûts peut-on alors faire pour les Jeux Olympiques de Londres de 2012 (le résultat sera arrondi au milliard).

3. Une deuxième modélisation :

   a. Trouver le pourcentage d'augmentation des coûts entre 1984 et 1988.

   b. Justifier qu'entre 1984 et 2008 le pourcentage moyen d'augmentation par olympiade (période de 4 ans), arrondi à l'unité, est de 97 %.

c. Si cette évolution des coûts continue suivant la même progression, donner une estimation des coûts pour les Jeux Olympiques de Londres en 2012 (le résultat sera arrondi au milliard).

4. Un journal anglais a déclaré que les coûts des Jeux Olympiques de Londres approcheraient les 45 milliards d'euros. Laquelle des deux modélisations semble la plus cohérente avec cette affirmation ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.
Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise,
30 % de ces touristes ont utilisé l'avion,
50 % ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche
et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.
Sur l'ensemble de tous les touristes interrogés, 40 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine et parmi ceux qui ont choisi le train, 60 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête. On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- T l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- B l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- S l'évènement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.

2. **a.** Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $A \cap S$.

b. Déterminer les probabilités $p(A \cap S)$ et $p(T \cap S)$. (On pourra utiliser un arbre pondéré).

3. Montrer que $P(B \cap S) = 0,04$.

4. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau sachant qu'il est resté plus d'une semaine en Angleterre.

5. On interroge au hasard 3 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante. On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise.

Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes se trouve un seul touriste étant resté en Angleterre plus d'une semaine.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Afin d'être performant lors d'une grande compétition, Christophe, champion d'athlétisme spécialiste du sprint, s'entraine chaque jour de l'année et réalise quotidiennement une course à pleine vitesse sur 100 mètres en tentant de courir en moins de 10 secondes.
On constate que :

- S'il réalise moins de 10 secondes sur 100 mètres un jour, la probabilité qu'il réalise moins de 10 secondes sur 100 mètres le lendemain est égale à $0,75$.
- S'il ne réalise pas moins de 10 secondes sur 100 mètres un jour, la probabilité qu'il réalise moins de 10 secondes sur 100 mètres le lendemain est égale à $0,5$.

Le premier jour de l'année, Christophe n'a pas réussi à réaliser moins de 10 secondes sur sa course à pleine vitesse.
Soit n un entier naturel non nul. On note :

- a_n, la probabilité que Christophe réalise moins de 10 secondes le n-ième jour.
- b_n, la probabilité que Christophe ne réalise pas moins de 10 secondes le n-ième jour.
- $P_n = (a_n \quad b_n)$, la matrice ligne traduisant l'état probabiliste le n-ième jour.

1. Écrire la matrice ligne P_1 de l'état probabiliste initial.

2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (A représentant l'état « Christophe réalise moins de 10 secondes au 100 mètres », B représentant l'état « Christophe ne réalise pas moins de 10 secondes au 100 mètres »).

3. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique.

4. Déterminer la matrice ligne P_3. Comment peut-on interpréter ce résultat pour Christophe ?

5. Soit $P = (a \quad b)$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste stable.

a. Justifier que a et b vérifient le système $\left\{\begin{array}{lcl} 0,25a - 0,5b & = & 0 \\ a + b & = & 1 \end{array}\right.$.

b. Lors d'une interview à un journaliste sportif, Christophe déclare : « Au vu de tous les entrainements effectués pour me préparer à ce grand évènement je suis confiant et je pense avoir deux chances sur trois de pouvoir réaliser moins de 10 secondes sur 100 mètres lors de la compétition ».

Cette affirmation vous paraît-elle justifiée ?

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[3\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x}{x + 5\ln x}$$

1. On rappelle que $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. Montrer que la limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à 1.

2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

Montrer que pour tout x de l'intervalle $[3\ ;\ +\infty[$ on a $f'(x) = \dfrac{5(\ln x - 1)}{(x + 5\ln x)^2}$.

3. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $[3\ ;\ +\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur cet intervalle.

4. Montrer que sur l'intervalle $[3\ ;\ 50]$ l'équation $f(x) = 0,5$ possède une unique solution α puis, à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à l'entier supérieur par excès de α.

Partie B

L'organisation chargée de vendre les billets pour assister aux différentes épreuves d'un grand évènement sportif a mis en vente ces billets environ deux ans avant le début officiel des épreuves.
Une étude, portant sur la progression des ventes de ces billets, à partir du troisième jour de mise en vente, a permis de modéliser l'évolution des ventes des billets selon la fonction f étudiée dans la partie A.
La proportion des ventes effectuées par rapport à l'ensemble des billets x jours après le début de la mise en vente, est donnée par la valeur $f(x)$, arrondie au millième, pour tout x entier de l'intervalle $[3\ ;\ 700]$.
Ainsi la valeur approchée de $f(3)$, arrondie au millième, est $0,353$; cela signifie que trois jours après le début de la mise en vente des billets, 35,3 % des billets étaient déjà vendus.

1. En utilisant la partie A, déterminer le nombre de jours nécessaires à la vente de 50 % de l'ensemble des billets.

2. On considère l'algorithme suivant (la fonction f est celle qui est définie dans la partie A).

Initialisation :	Affecter à X la valeur 3. Affecter à Y la valeur f(X).
Saisie :	Afficher « Entrer un nombre P compris entre 0 et 1 ». Lire P.
Traitement :	Tant que $Y < P$ - Affecter à X la valeur $X+1$. - Affecter à Y la valeur $f(X)$. Fin du Tant que
Sortie :	Afficher X.

a. Si l'utilisateur de cet algorithme choisit $0,9$ comme valeur de P, la valeur de sortie de l'algorithme est 249. Que signifie ce résultat pour les organisateurs ?

b. Si l'utilisateur de cet algorithme choisit $0,5$ comme valeur de P, quelle valeur de X apparaîtra à la sortie de l'algorithme ?

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Aucune justification n'est attendue.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Pour tout réel x on a :

a. $f'(x) = \mathrm{e}^{x}$ **b.** $f'(x) = (x-1)\mathrm{e}^{x}$ **c.** $f'(x) = (x+1)\mathrm{e}^{x}$

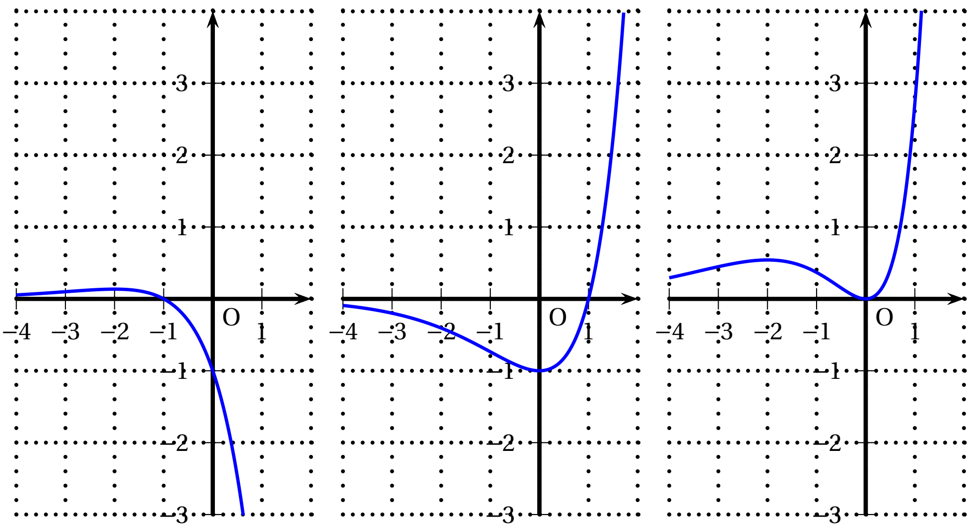
2. Le nombre de solutions réelles de l'équation $f(x) = 2x$ est

   a. 0 **b.** 1 **c.** 2

3. La valeur exacte de $f(-\ln 2)$ est

   a. $2\ln 2$ **b.** $-\dfrac{\ln 2}{2}$ **c.** $-0,346$

4. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f.
   Laquelle ?



a. **b.** **c.**