

**❧ Baccalauréat ES Pondichéry ❧**  
**16 avril 2015**

**Exercice 1**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

*Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.*

L'entreprise MICRO vend en ligne du matériel informatique notamment des ordinateurs portables et des clés USB.

**Partie A**

Durant la période de garantie, les deux problèmes les plus fréquemment relevés par le service après-vente portent sur la batterie et sur le disque dur, ainsi :

- \* Parmi les ordinateurs vendus, 5 % ont été retournés pour un défaut de batterie et parmi ceux-ci, 2 % ont aussi un disque dur défectueux.
- \* Parmi les ordinateurs dont la batterie fonctionne correctement, 5 % ont un disque dur défectueux.

On suppose que la société MICRO garde constant le niveau de qualité de ses produits.

Suite à l'achat en ligne d'un ordinateur :

*Proposition 1*

La probabilité que l'ordinateur acheté n'ait ni problème de batterie ni problème de disque dur est égale à 0,08 à 0,01 près.

*Proposition 2*

La probabilité que l'ordinateur acheté ait un disque dur défectueux est égale à 0,0485.

*Proposition 3*

Sachant que l'ordinateur a été retourné pendant sa période de garantie car son disque dur était défectueux, la probabilité que sa batterie le soit également est inférieure à 0,02.

**Partie B**

L'autonomie de la batterie qui équipe les ordinateurs portables distribués par la société MICRO, exprimée en heure, suit une loi normale d'espérance  $\mu = 8$  et d'écart-type  $\sigma = 2$ .

*Proposition 4*

La probabilité que l'ordinateur ait une autonomie supérieure ou égale à 10 h est inférieure à 0,2.

**Partie C**

L'entreprise MICRO vend également des clés USB et communique sur ce produit en affirmant que 98 % des clés commercialisées fonctionnent correctement.

Sur 1 000 clés prélevées dans le stock, 50 clés se révèlent défectueuses.

*Proposition 5*

Ce test, réalisé sur ces 1 000 clés, ne remet pas en cause la communication de l'entreprise.

**Exercice 2**

**5 points**

**Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L**

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.

Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

<b>Variables :</b>	$n$ est un nombre entier naturel $C$ est un nombre réel
<b>Traitement :</b>	Affecter à $C$ la valeur 300 Affecter à $n$ la valeur 0 Tant que $C < 400$ faire   $C$ prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$   $n$ prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher $n$

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

<b>Test <math>C &lt; 400</math></b>		vrai		...
<b>Valeur de <math>C</math></b>	300	326		...
<b>Valeur de <math>n</math></b>	0	1		...

- b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.
2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite  $(C_n)$  le terme  $C_n$  donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année 2014 +  $n$ . Ainsi  $C_0 = 300$  est le nombre de colonies en 2014.
- a. Exprimer pour tout entier  $n$  le terme  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ .
- b. On considère la suite  $(V_n)$  définie pour tout entier  $n$  par  $V_n = 625 - C_n$ .  
Montrer que pour tout nombre entier  $n$  on a  $V_{n+1} = 0,92 \times V_n$ .
- c. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ , on a  $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$ .
- d. Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?
3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.
- a. Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?
- b. Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.

## Exercice 2

5 points

### Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les sites internet A, B, C ont des liens entre eux. Un internaute connecté sur un de ces trois sites peut, à toutes les minutes, soit y rester soit utiliser un lien vers un des deux autres sites.

- Pour un internaute connecté sur le site A, la probabilité d'utiliser le lien vers B est de 0,2 et celle d'utiliser le lien vers C est de 0,2.
- Pour un internaute connecté sur le site B, la probabilité d'utiliser le lien vers A est de 0,1 et celle d'utiliser le lien vers C est de 0,4.
- Pour un internaute connecté sur le site C, la probabilité d'utiliser le lien vers A est de 0,2 mais il n'y a pas de lien direct avec B.

L'unité de temps est la minute, et à un instant  $t = 0$ , le nombre de visiteurs est, respectivement sur les sites A, B et C : 100, 0 et 0.

On représente la distribution des internautes sur les trois sites après  $t$  minutes par une matrice  $N_t$ ; ainsi  $N_0 = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

On suppose qu'il n'y a ni déconnexion pendant l'heure (de  $t = 0$  à  $t = 60$ ) ni nouveaux internautes visiteurs.

1. Représenter le graphe probabiliste de sommets A, B et C correspondant à la situation décrite.
2. Écrire la matrice  $M$  de transition associée à ce graphe (dans l'ordre A, B, C).
3. On donne

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,42 & 0,22 & 0,36 \\ 0,19 & 0,27 & 0,54 \\ 0,28 & 0,04 & 0,68 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^{20} \approx \begin{pmatrix} 0,3125 & 0,125 & 0,5625 \\ 0,3125 & 0,125 & 0,5625 \\ 0,3125 & 0,125 & 0,5625 \end{pmatrix}.$$

Calculer  $N_2$ . Interpréter le résultat obtenu.

4. Calculer  $N_0 \times M^{20}$ . Conjecturer la valeur de l'état stable et interpréter la réponse.
5. Un des internautes transmet un virus à tout site qu'il visitera. Il se connecte initialement sur le site C et commence sa navigation. À l'instant  $t = 0$ , le site C est donc infecté.
  - a. Quelle est la probabilité qu'à l'instant  $t = 1$  le site A soit infecté ?
  - b. Quelle est la probabilité qu'à l'instant  $t = 2$  les trois sites soient infectés ?

### EXERCICE 3

4 points

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = -2(x+2)e^{-x}.$$

#### Partie A

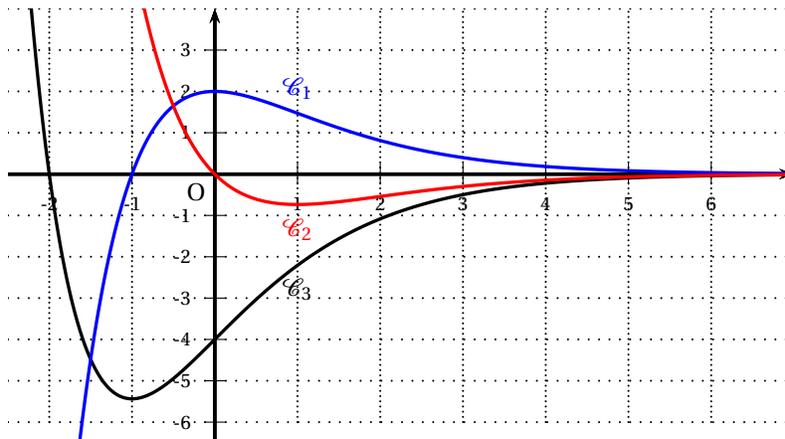
1. Calculer  $f(-1)$  et en donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.
2. Justifier que  $f'(x) = 2(x+1)e^{-x}$  où  $f'$  est la fonction dérivée de  $f$ .
3. En déduire les variations de la fonction  $f$ .

#### Partie B

Dans le repère orthogonal ci-dessous trois courbes  $\mathcal{C}_1$ ,  $\mathcal{C}_2$  et  $\mathcal{C}_3$  ont été représentées. L'une de ces courbes représente la fonction  $f$ , une autre représente sa dérivée et une troisième représente sa dérivée seconde.

Expliquer comment ces représentations graphiques permettent de déterminer la convexité de la fonction  $f$ .

Indiquer un intervalle sur lequel la fonction  $f$  est convexe.



**EXERCICE 4****6 points****Commun à tous les candidats**

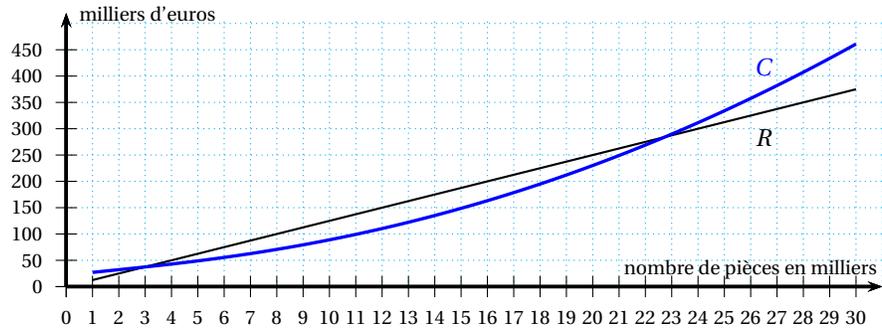
Une entreprise produit et vend des composants électroniques.

Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 1 000 et 30 000 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée.

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

**Partie A**

On donne ci-dessous  $R$  et  $C$  les représentations graphiques respectives des fonctions recette et coût sur l'intervalle  $[1 ; 30]$ .



Par lecture graphique, donner une estimation des valeurs demandées.

1. Quel est le coût de production de 21 000 pièces ?
2. Pour quelles quantités de pièces produites l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
3. Pour quel nombre de pièces produites le bénéfice est-il maximal ?

**Partie B**

Le bénéfice en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de  $x$  milliers de pièces, est donné sur l'intervalle  $[1 ; 30]$  par

$$B(x) = -0,5x^2 + 6x - 20 + 2x \ln x.$$

1. Montrer que  $B'(x) = -x + 8 + 2 \ln x$ , où  $B'$  est la dérivée de  $B$  sur l'intervalle  $[1 ; 30]$ .
2. On admet que  $B''(x) = -1 + \frac{2}{x}$ , où  $B''$  est la dérivée seconde de  $B$  sur l'intervalle  $[1 ; 30]$ .

Justifier le tableau de variation ci-dessous de la fonction dérivée  $B'$  sur l'intervalle  $[1 ; 30]$ .

$x$	1	2	30
$B'(x)$	7	$6 + 2 \ln 2$	$-22 + 2 \ln 30$

3. a. Montrer que l'équation  $B'(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[1 ; 30]$ .  
b. Donner une valeur approchée au millièmes de la valeur de  $\alpha$ .
4. En déduire le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[1 ; 30]$ , et donner le tableau de variation de la fonction bénéfice  $B$  sur ce même intervalle.
5. Quel est le nombre de pièces à produire, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal ?  
Quel est ce bénéfice maximal (arrondi au millier d'euros) ?