

Durée : 3 heures

∞ **Baccalauréat Terminale ES Antilles-Guyane** ∞
7 septembre 2017

Exercice 1

5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre affirmations proposées est exacte.

Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier l'affirmation choisie.

1. Des élections doivent se dérouler dans un certain pays. Deux candidats se présentent, le candidat A et le candidat B.

Avant les élections, un organisme de sondage veut estimer la proportion d'électeurs qui voteront pour le candidat A. Pour cela il réalise un sondage auprès d'un échantillon de 1 050 électeurs. Parmi eux, 504 annoncent vouloir voter pour le candidat A et tous les autres pour le candidat B.

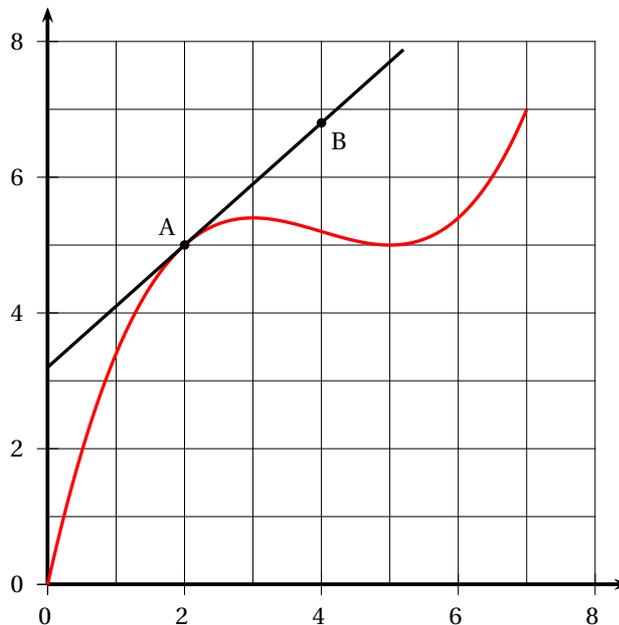
Affirmation 1 : c'est certain, le candidat A va perdre l'élection.

Affirmation 2 : le candidat A aura 48 % des voix le jour de l'élection.

Affirmation 3 : la probabilité que le candidat A obtienne entre 44,91 % et 51,09 % des votes est d'environ 0,48.

Affirmation 4 : la probabilité que le candidat A obtienne entre 44,91 % et 51,09 % des votes est d'environ 0,95.

2. Sur le graphique ci-dessous est représentée la courbe \mathcal{C}_f d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0; 7]$. Les points A et B ont pour coordonnées A(2; 5) et B(4; 6,8). La droite (AB) est tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point A.



a. La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point A admet pour équation :

Affirmation 1 : $y = -0,9x + 3,2$

Affirmation 2 : $y = 0,9x + 3,5$

Affirmation 3 : $y = 0,9x + 3,2$

Affirmation 4 : $y = 1,8x + 3,2$

b. **Affirmation 1 :** $f(0) \leq \int_0^5 f(x) dx \leq f(5)$

Affirmation 2 : $2 \leq \int_2^7 f(x) dx \leq 7$

Affirmation 3 : $18 \leq \int_0^5 f(x) dx \leq 19$

Affirmation 4 : $25 \leq \int_2^7 f(x) dx \leq 31$

3. On écrit les deux algorithmes suivants :

<p>Variables : V est un nombre réel S est un nombre réel N est un entier naturel Traitement : Affecter la valeur 10 à V Affecter la valeur 10 à S Affecter la valeur 0 à N Tant que $S \leq 50$ V prend la valeur $1,05 \times V$ S prend la valeur $S + V$ N prend la valeur $N + 1$ Fin Tant que Sortie : Afficher N</p>

algorithme 1

<p>Variables : V est un nombre réel S est un nombre réel K est un nombre réel Traitement : Affecter la valeur 10 à V Affecter la valeur 10 à S Pour K allant de 1 à 4 V prend la valeur $1,05 \times V$ S prend la valeur $S + V$ Fin Pour Sortie : Afficher S</p>
--

algorithme 2

- a. **Affirmation 1 :** l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur comprise entre 43 et 44.
Affirmation 2 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur comprise entre 55 et 56.
Affirmation 3 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur égale à 3.
Affirmation 4 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur égale à 4.
- b. **Affirmation 1 :** l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur comprise entre 43 et 44.
Affirmation 2 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur comprise entre 55 et 56.
Affirmation 3 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur égale à 3.
Affirmation 4 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur égale à 4.

EXERCICE 2

5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré.

Le responsable du service de location de vélos constate que, chaque année, 20 % des vélos sont devenus inutilisables car perdus, volés ou détériorés. Le budget alloué au service lui permet de racheter 30 vélos par an.

Le 1^{er} janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables.

On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n , u_n est le nombre de vélos le 1^{er} janvier de l'année 2017 + n .

Ainsi $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 30$.

1. **a.** Justifier le coefficient 0,8 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .
b. Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1^{er} janvier 2018?
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 150$ pour tout entier naturel n .
a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
b. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
c. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 50 \times 0,8^n + 150$.
d. La municipalité a décidé de maintenir ce service de location tant que le nombre de vélos reste supérieur à 160.
En quelle année le service de location s'arrêtera-t-il?
3. Pour l'aider à maintenir le service de location, la municipalité a obtenu une subvention de la région qui sera versée de 2017 inclus à 2025 inclus. Par commodité, on suppose qu'elle est versée pour chaque année le 1^{er} janvier, de 2017 inclus à 2025 inclus.
Cette subvention s'élève à 20 euros par vélo disponible à la location.
a. Justifier que la somme des subventions reçues pour les deux premières années s'élève à 7 800 euros.
b. Déterminer la somme totale perçue grâce à cette subvention du 1^{er} janvier 2017 au 1^{er} janvier 2025.

EXERCICE 2**5 points****Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité***Les deux parties sont indépendantes***Partie A**

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos réservé à ses habitants.

Pour cette étude, on suppose que la population de la ville reste constante.

Le 1^{er} janvier 2017, la ville compte 5 % d'abonnés parmi ses habitants. Ces dernières années, le responsable du service location a constaté que :

- 93 % des abonnements sont renouvelés;
- 1 % des habitants qui n'étaient pas abonnés l'année précédente souscrivent un abonnement.

On note A l'état : « un habitant est abonné » et P l'état : « un habitant n'est pas abonné ».

Pour tout entier naturel n , on désigne par a_n la probabilité qu'un habitant soit abonné l'année 2017 + n et p_n la probabilité qu'un habitant ne soit pas abonné l'année 2017 + n .

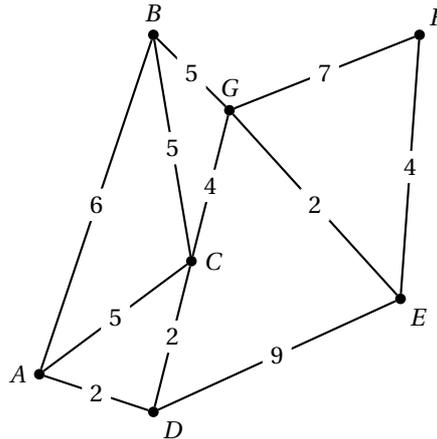
La matrice ligne $R_n = (a_n \quad p_n)$ donne l'état probabiliste du nombre d'abonnés l'année 2017 + n .
Ainsi $R_0 = (a_0 \quad p_0) = (0,05 \quad 0,95)$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et P où le sommet A représente l'état « un habitant est abonné » et P l'état « un habitant n'est pas abonné ».
2. Déterminer la matrice de transition T de ce graphe en respectant l'ordre A puis P des sommets.
3. Déterminer R_1 .
4. Déterminer l'état probabiliste en 2021.
Les résultats seront arrondis au millième.
5. On admet qu'il existe un état stable $(x \quad y)$.
a. Justifier que x et y sont solutions du système :
$$\begin{cases} -7x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} .$$

b. Déterminer l'état stable de ce graphe.

Partie B

Le responsable du service de location souhaite vérifier l'état des pistes cyclables reliant les parkings à vélos de location disposés dans la ville. On modélise la disposition des lieux par le graphe étiqueté ci-contre dont les sommets représentent les parkings à vélo. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, pour se rendre d'un parking à l'autre en suivant la piste cyclable.



1. Le responsable peut-il planifier un parcours partant de son bureau situé en A jusqu'à la mairie située en F en passant par toutes les pistes cyclables sans emprunter deux fois le même chemin ?
2. Le responsable est pressé. Déterminer le parcours le plus rapide possible permettant d'aller de A à F.

EXERCICE 3**5 points****Commun à tous les candidats**

Chaque année, les organisateurs d'une course de montagne proposent trois parcours de difficulté croissante : vert, bleu et rouge.

Les organisateurs ont constaté que 50 % des coureurs choisissent le parcours vert, 30 % choisissent le parcours bleu, le reste des coureurs choisit le parcours rouge.

Ils ont également constaté, en observant les années précédentes, que :

- 3,2 % de l'ensemble des coureurs abandonnent la course ;
- 2 % des coureurs du parcours vert abandonnent la course ;
- 5 % des coureurs du parcours rouge abandonnent la course.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

Partie A

À la fin de la course, on choisit au hasard un des participants de telle façon que tous ont la même probabilité d'être choisis. On note :

- V l'évènement « Le coureur a choisi le parcours vert » ;
- B l'évènement « Le coureur a choisi le parcours bleu » ;
- R l'évènement « Le coureur a choisi le parcours rouge » ;
- A l'évènement « Le coureur a abandonné la course ».

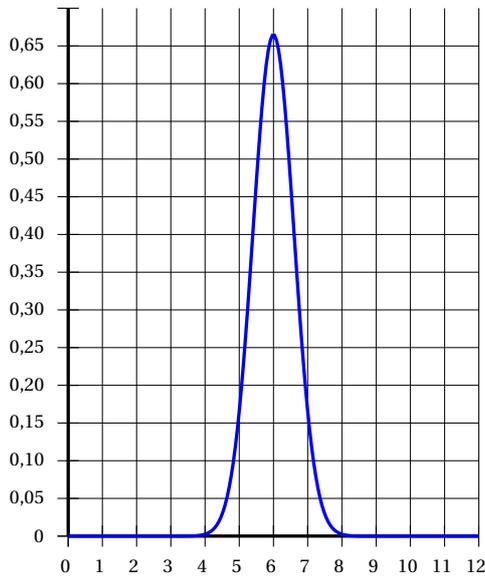
1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $V \cap A$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Un coureur se blesse et abandonne la course. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi le parcours vert ?
4. Démontrer que $P(B \cap A) = 0,012$.

5. En déduire la probabilité $P_B(A)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

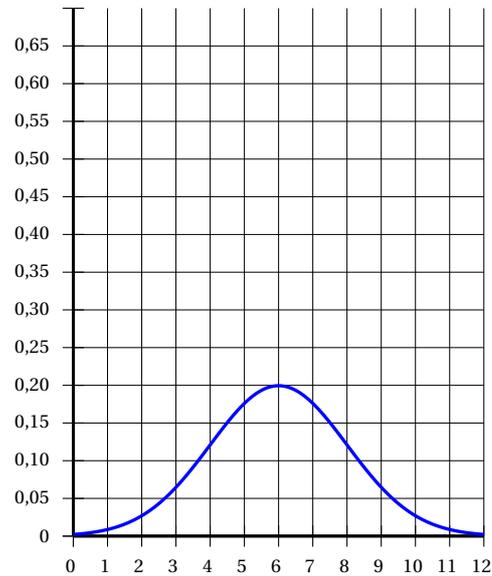
Partie B

Le temps hebdomadaire d'entraînement des coureurs du parcours rouge, exprimé en heure, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale dont l'espérance est de 6 heures et l'écart type est de 2 heures.

1. Lequel des deux graphiques suivants, graphique 1 ou graphique 2, représente la fonction de densité de la loi normale de paramètres $\mu = 6$ et $\sigma = 2$? Justifier la réponse.



graphique 1



graphique 2

2. Un magazine spécialisé interroge au hasard quelques participants du parcours rouge afin de mener une enquête sur la durée de leur entraînement. On arrondira les résultats au millième.
- Quelle est la probabilité d'interroger un coureur dont la durée d'entraînement est comprise entre 5 h et 7 h?
 - Quelle est la probabilité d'interroger un coureur dont la durée d'entraînement est inférieure à 4 h?

EXERCICE 4

5 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1; 25]$ par

$$f(x) = 10 - \frac{e^{0,2x+1}}{x}.$$

Un logiciel de calcul formel fournit les résultats suivants que l'on pourra utiliser :

$f(x) : 10 - e^{(0.2x+1)}/x$	
	$x \rightarrow 10 - \frac{\exp(0.2x+1)}{x}$
factoriser(deriver($f(x)$))	
	$\frac{\exp(0.2x+1) * (1 - 0.2x)}{x^2}$
factoriser (deriver(deriver($f(x)$)))	
	$\frac{\exp(0.2x+1) * (-x^2 + 10x - 50)}{25x^3}$

1. Retrouver par le calcul l'expression factorisée de $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f .
2. Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[1; 25]$ et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[1; 25]$. On arrondira les valeurs au millième.
3. On s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$.
 - a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $[1; 5]$.
 - b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[5; 25]$.
 - c. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution α .
 - d. En utilisant un des résultats donnés par le logiciel de calcul formel, justifier que la fonction f est concave sur l'intervalle $[1; 25]$.

Partie B

Une société agro-alimentaire fabrique des aliments pour bétail. On s'intéresse au bénéfice réalisé, en millier d'euros, correspondant à la production d'une quantité de x dizaines de tonnes d'aliments.

On admet que ce bénéfice peut être modélisé par la fonction f étudiée dans la partie A ci-dessus. La production minimale est de 10 tonnes, ainsi $x \geq 1$.

Les réponses aux questions suivantes seront justifiées grâce à la partie A.

1. Quel est le montant en euro du bénéfice maximal que peut dégager la société?
Pour quelle quantité d'aliments ce bénéfice maximal est-il obtenu?
2. Déterminer, à la tonne près, la quantité maximale d'aliments qu'il faut fabriquer pour que la société réalise un bénéfice.