Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 6 septembre 2018

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Une grande enseigne souhaite étudier l'évolution du chiffre d'affaires des ventes de ses produits « bio ». Les données collectées ces dernières années sont les suivantes :

Années	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Chiffre d'affaires (millier d'euros)	330	361	392	432	489	539

1. Calculer le taux d'évolution en pourcentage du chiffre d'affaires entre 2012 et 2013.
2. Un cabinet d'étude avait, en 2012, conduit une étude et modélisé le chiffre d'affaires des ventes de produits bio par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représentait le chiffre d'affaires, exprimé en millier d'euros, de l'année $2012+n$.

   Dans cette modélisation, on suppose que le chiffre d'affaires augmente de 9 % chaque année à partir de 2012 et on construit un algorithme donnant en sortie le terme u_n pour un entier naturel n donné par l'utilisateur.

   a. Dans les algorithmes ci-dessous, N est un entier, donné par l'utilisateur, qui désigne le nombre d'années écoulées depuis l'année 2012 et U un nombre réel qui désigne le chiffre d'affaires en $2012+N$.

   Justifier que les algorithmes A et C ne conviennent pas.

Algorithme A
$U \leftarrow 330$
Pour i variant de 1 à N
$\quad W \leftarrow 1{,}09 \times U$
Fin Pour

Algorithme B
$U \leftarrow 330$
Pour i variant de 1 à N
$\quad U \leftarrow 1{,}09 \times U$
Fin Pour

Algorithme C
Pour i variant de 1 à N
$\quad U \leftarrow 330$
$\quad U \leftarrow 1{,}09 \times U$
Fin Pour

   On admet que l'algorithme B convient.

   b. Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme B, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous.

valeur de i		1	...
valeur de U	330		...

   c. Justifier, qu'au vu de ces résultats, le cabinet d'étude conclut que ce modèle n'est pas pertinent dès 2016.
3. Le cabinet d'étude décide de modéliser ce chiffre d'affaires, exprimé en millier d'euros, par la suite (v_n) définie par $v_0 = 432$ et $v_{n+1} = 0{,}9v_n + 110$ pour tout entier naturel n.

   Le terme v_n représente alors ce chiffre d'affaires en $2015+n$.

   a. Calculer v_1 et v_2.

   b. On pose $w_n = v_n - 1\,100$ pour tout entier naturel n. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

   c. Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.

   En déduire que $v_n = 1\,100 - 668 \times 0{,}9^n$ pour tout entier naturel n.

d. Ce modèle permet-il d'envisager que le chiffre d'affaires dépasse un jour 2 millions d'euros ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.

Partie A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement.
Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.
Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les évènements suivants :

- A : « la réservation a été faite en agence » ;
- I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- E : « le passager se présente à l'embarquement ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de 0,029.
3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

Partie B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 202$ et $p = 0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Partie C

Cette compagnie affirme que 98 % de ses clients sont satisfaits.
Sur les 400 réponses à une enquête de satisfaction, il y a 383 réponses exprimant leur satisfaction.
Ce résultat contredit-il l'affirmation de la compagnie ?

Exercice 2 — 5 points

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un laboratoire en botanique étudie l'évolution d'une espèce végétale en fonction du temps.
Cette espèce compte initialement 2 centaines d'individus.
Au bout de 2 semaines, l'espèce végétale compte 18 centaines d'individus.
Au bout de 3 semaines, l'espèce végétale prolifère et s'élève à 30,5 centaines d'individus.
Au bout de 10 semaines, on en compte 90 centaines.
On modélise cette évolution par une fonction polynomiale f donnant le nombre d'individus de l'espèce, exprimé en centaine, en fonction du temps écoulé x, exprimé en semaine.
Ainsi $f(2) = 18$; $f(3) = 30{,}5$ et $f(10) = 90$.
On admet que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a, b, c et d, sont des réels.

1. Justifier que $d = 2$.
2. Montrer que a, b et c sont solutions du système :

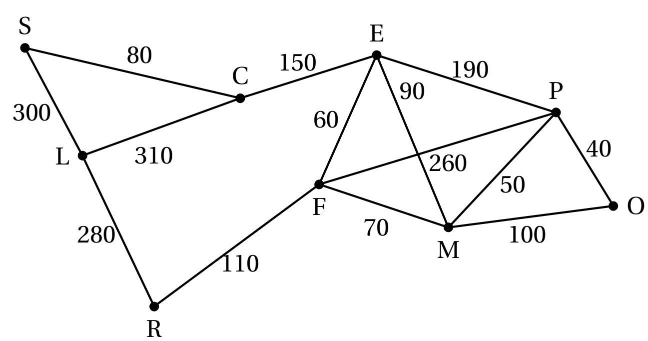
$$\left\{\begin{array}{lcl} 8a+4b+2c & = & 16 \\ 27a+9b+3c & = & 28{,}5 \\ 1\,000a+100b+10c & = & 88 \end{array}\right.$$

3. Déterminer les matrices A, X et B qui permettent d'écrire le système précédent sous la forme $AX = B$.
4. Résoudre le système.
5. En supposant que l'évolution suit, sur l'intervalle $[0 ; 13]$, le modèle décrit par la fonction f, déterminer au bout de combien de temps la quantité de l'espèce étudiée sera maximale (arrondir à la semaine près).

Partie B

Le laboratoire en botanique possède un parc d'étude dans lequel est observée l'évolution de différentes espèces d'arbres.

Les agents chargés du nettoyage circulent dans le parc depuis le local technique (L) jusqu'aux différentes parcelles plantées d'arbres : C, E, F, M, O, P, R et S. Les sommets du graphe ci-contre représentent les différentes parcelles, et les arêtes marquent les allées permettant de se déplacer dans le parc. Les étiquettes rapportent la distance en mètre entre les parcelles.



1. **a.** Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et en y revenant ? Si oui, donner un tel parcours.

   b. Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et sans nécessairement y revenir ? Si oui, donner un tel parcours.
2. Déterminer un parcours de distance minimale joignant le local technique à la parcelle O.

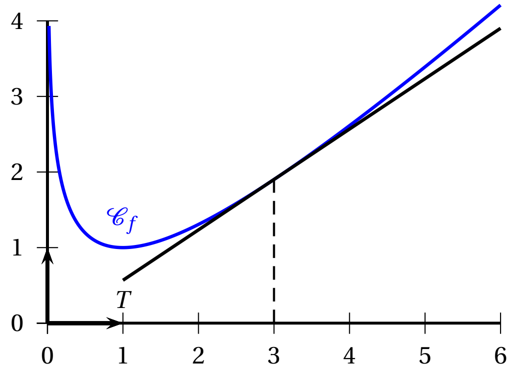
Exercice 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x - \ln(x).$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ et T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $x = 3$.



Cette tangente T à $\mathscr{C}_f$ passe- t -elle par l'origine du repère ?

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

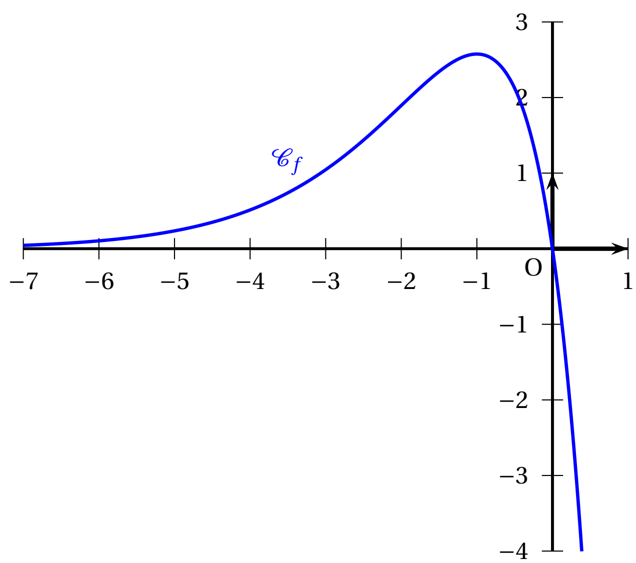
Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -7x\text{e}^{x}.$$

Cette fonction admet sur $\mathbb{R}$ une dérivée f' et une dérivée seconde f''.
On donne ci-contre la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. On note F une primitive de f sur $\mathbb{R}$, une expression de $F(x)$ peut être :

a. $(-7 - 7x)\text{e}^{x}$ **b.** -7e^{x} **c.** $-7x\text{e}^{x}$ **d.** $(-7x + 7)\text{e}^{x}$

2. Soit A l'aire, exprimée en unité d'aire, comprise entre la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -3$ et $x = 0$. On a :

a. $3 < A < 4$ **b.** $5 < A < 6$ **c.** $A < 0$ **d.** $A > 7$

3. On a :

a. f' est positive sur l'intervalle $[-6 ; 0]$;

b. f est convexe sur l'intervalle $[-1 ; 0]$;

c. $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion pour $x = -1$;

d. f'' change de signe en $x = -2$.

Partie B

On considère la loi normale X de paramètres $\mu = 19$ et $\sigma = 5$.

4. La meilleure valeur approchée de $P(19 \leqslant X \leqslant 25)$ est :

a. 0,385 **b.** 0,084 **c.** 0,885 **d.** 0,5

5. Une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité $P(X \geqslant 25)$ est :

a. $p \approx 0{,}885$ **b.** $p \approx 0{,}115$ **c.** $p \approx 0{,}385$ **d.** $p \approx 0{,}501$

6. Le nombre entier k tel que $P(X > k) \approx 0{,}42$ à 10^{-2} près est :

a. $k = 19$ **b.** $k = 29$ **c.** $k = 20$ **d.** $k = 14$