Devoir commun n°3 de Première S

Épreuve : MATHÉMATIQUES

Vendredi 27 mars 2015

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont autorisées. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (11 points)

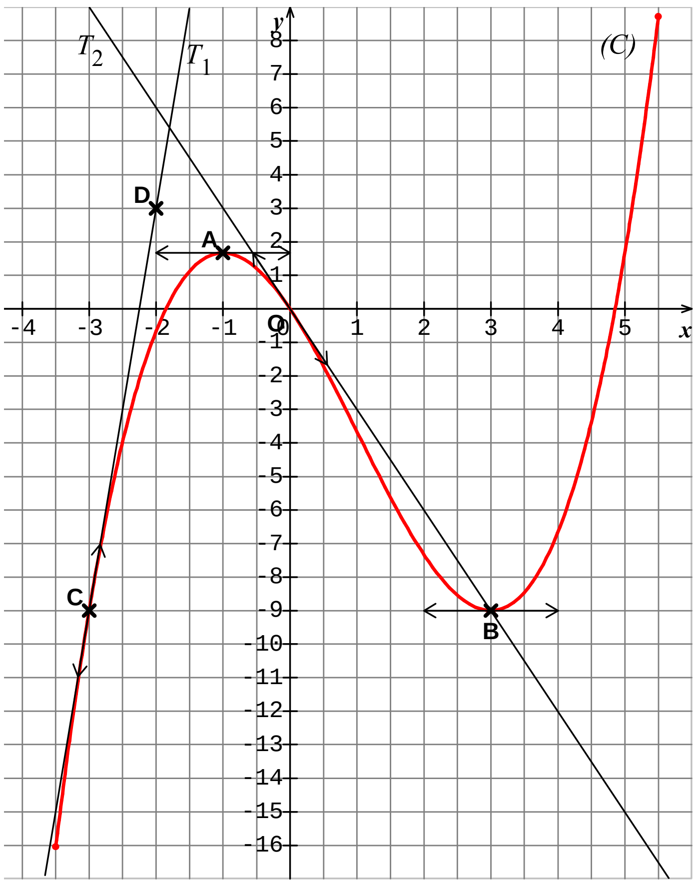
Les 3 parties sont indépendantes. La partie A est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples).
Pour chacune des questions, il n'y a qu'une seule réponse possible. Vous indiquerez la réponse choisie sur votre copie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 0,5 point ; l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note (par partie) est ramenée à 0.

Partie A

Dans le repère ci-contre, la courbe (C) est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur [-3,5 ; 5,5].

On sait que :

- La courbe (C) passe par les points $O(0;0)$, $A\left(-1;\frac{5}{3}\right)$, $B(3;-9)$ et $C(-3;-9)$.
- La courbe (C) admet une tangente horizontale aux points A et B.
- La tangente T_1 à la courbe (C) au point C passe par le point D(-2 ; 3).
- La tangente T_2 à la courbe (C) au point O passe par le point B.



On note f' la fonction dérivée de f.

	Questions	Réponse a	Réponse b	Réponse c
1	$f'(-1)=$	0	2	$\frac{5}{3}$
2	$f'(0)=$	-9	-3	0
3	Une équation de la tangente T_1 est :	$y=12x+27$	$y=6x+15$	$y=-12x-21$
4	L'équation $f'(x)=0$ admet :	Une solution	Deux solutions	Trois solutions

Partie B

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3 - \dfrac{1}{x}$

On désigne par (C) sa représentation graphique dans un repère du plan.

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f.

2) Montrer que le taux d'accroissement de la fonction f en 2 est égal à : $\dfrac{1}{2(2+h)}$

3) Déterminer l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

Partie C

Soit g la fonction définie sur [-2 ; 1] par $g(x) = -3x^2 + 5$.

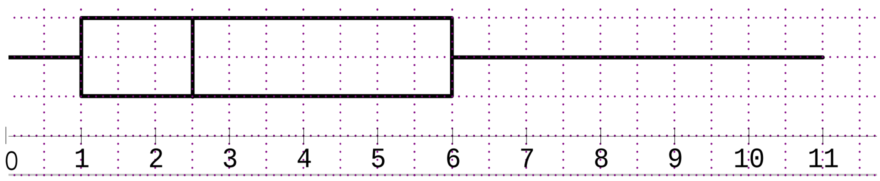
1) Donner sans justifier le tableau de variation de la fonction **carré** sur [-2 ; 1] .

2) En déduire le tableau de variation de la fonction g sur [-2 ; 1] . Vous pouvez procéder par tableaux de variation successifs en citant des propriétés sur le sens de variation des fonctions.

Exercice 2 : (8 points)

Un dimanche de beau temps, on a mesuré le temps d'attente des skieurs en minutes au télésiège dans deux stations de ski : les stations A et B. On donne les informations suivantes :

- Diagramme en boîte des mesures de la Station A :



- Tableau des mesures de la Station B :

Temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	25	22	18	15	10	11	9	7	5	3	1

Tous les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

Partie A :

1) Compléter le tableau donné en **annexe 1**.

Pour la série A, **aucune justification** n'est attendue.

Pour la série B, vous détaillerez les calculs sur votre copie.

Partie B :

Répondre à chacune des questions suivantes, en justifiant la réponse.

Une attente **courte** est une attente inférieure ou égale à 2 minutes, une attente **longue** est une attente supérieure ou égale à 6 minutes.

1) Laquelle des stations peut-elle faire remonter le plus de skieurs en une journée ?
2) Je souhaite que la moitié au moins de mes attentes soient courtes. Quelle station dois-je choisir ?
3) Dans quelle(s) station(s) aurai-je une attente longue dans au moins 25 % des cas ?

Exercice 3 : (6 points)

ABCD est un parallélogramme.

Les points E et F sont tels que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.

1) Compléter la figure donnée en **annexe 1** en construisant les points E et F.

2) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{CE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

b) Montrer que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$.

c) En déduire que les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

Exercice 4 : (8 points)

Une urne contient n boules indiscernables au toucher : 5 boules rouges et $n - 5$ boules noires (n est un entier supérieur ou égal à 6). Un joueur tire au hasard **successivement** et **sans remise** deux boules de l'urne.

1. Construire un arbre pondéré décrivant cette expérience aléatoire.

2. On note A l'événement : « les deux boules tirées sont rouges ». Montrer que : $P(A) = \frac{20}{n^2 - n}$

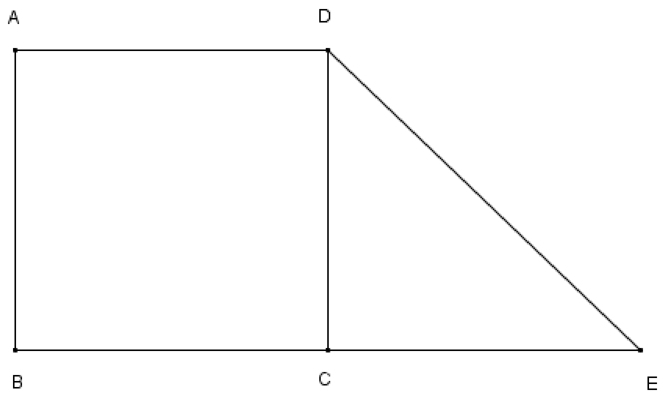
3. Le joueur gagne 2 euros si les deux boules tirées sont de couleurs différentes et perd 1 euro sinon. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Montrer que : $E(X) = \frac{-n^2+31n-150}{n^2 - n}$

4. Comment choisir n pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 5 : (3 points)



On considère la figure ci-contre : ABCD est un carré et DCE est un triangle rectangle isocèle en C avec $(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CD}) = +\frac{\pi}{2}$

Déterminer les mesures des angles orientés suivants : Expliquer si nécessaire.

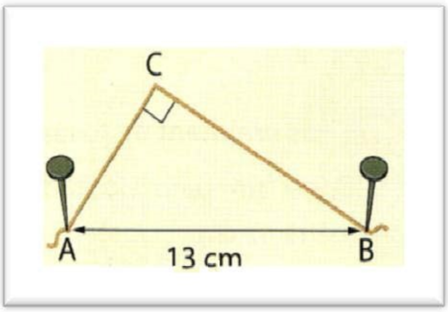
$(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DE})$; $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{CA})$; $(\overrightarrow{CE}; \overrightarrow{DC})$

Exercice 6 : (4 points)

Toute démarche même non aboutie sera valorisée !

Une ficelle longue de 20 cm est fixée à ses extrémités par deux clous A et B distants de 13 cm.

Est-il possible de tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle en C ?



Nom : ………………………… Classe : ……

Annexe 1 : (exercice 2)

Série	Q_1	Médiane	Q_3	Ecart interquartile	Etendue	Moyenne	Ecart-type
A						2,91	2,79
B							

Annexe 2 : (exercice 3)