Lycée F. MISTRAL AVIGNON

DEVOIR COMMUN DE 1°
Épreuve de MATHEMATIQUES
Série ES

EXERCICE N°1 (3 points)

Les deux questions sont indépendantes. Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 30% en cinq ans.

1. On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année.
Vérifier que ce pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 6,89%.

2. La première année cet impôt baisse de 5%, la deuxième année la baisse est de 1% et la troisième année de 3%.

a) Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme de ces trois premières années ?

b) Pour atteindre son objectif quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux dernières années ?

EXERCICE N°2 (12 points)

On considère la fonction f définie sur [– 8 ; 8] par : $f(x) = \dfrac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$ et C_f, sa courbe représentative dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. a) Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = \dfrac{-4x^2+4}{\left(x^2+1\right)^2}$

b) Étudier le signe de la fonction f'.

c) Puis décrire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. Dresser le tableau des variations de f.

3. a) Déterminer l'équation de la droite D tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

b) Montrer que : $f(x) - (4x + 3) = \dfrac{-4x^3}{x^2+1}$.

c) En déduire la position relative de la courbe C_f et de la droite D.

4. Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les valeurs au centième).
Dans cette question, les calculs, effectués à la calculatrice, ne seront pas justifiés.

x	–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$																	

5. Dans le repère orthogonal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) en prenant pour unités 1 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées :

a) Tracer la droite D et la droite Δ d'équation : $y = 3$.

b) Tracer les tangentes aux points de la courbe C_f d'abscisse – 1, 0 et 1.

c) Construire la courbe C_f.

6. a) Justifier que pour tout réel x on a : $\dfrac{3x^2+4x+3}{x^2+1} \geqslant 1$.

b) En déduire le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

c) On suppose que f est la dérivée d'une fonction F, définie sur $\mathbb{R}$.
Que peut-on dire sur le sens de variation de F ?

<u>EXERCICE N°3 QCM</u> **(5 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses est exacte.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez la réponse exacte sans justifier votre choix.

Barème : À chaque question est attribué un certain nombre de points. Une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points attribué. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

On considère : - une fonction u définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 10]$;

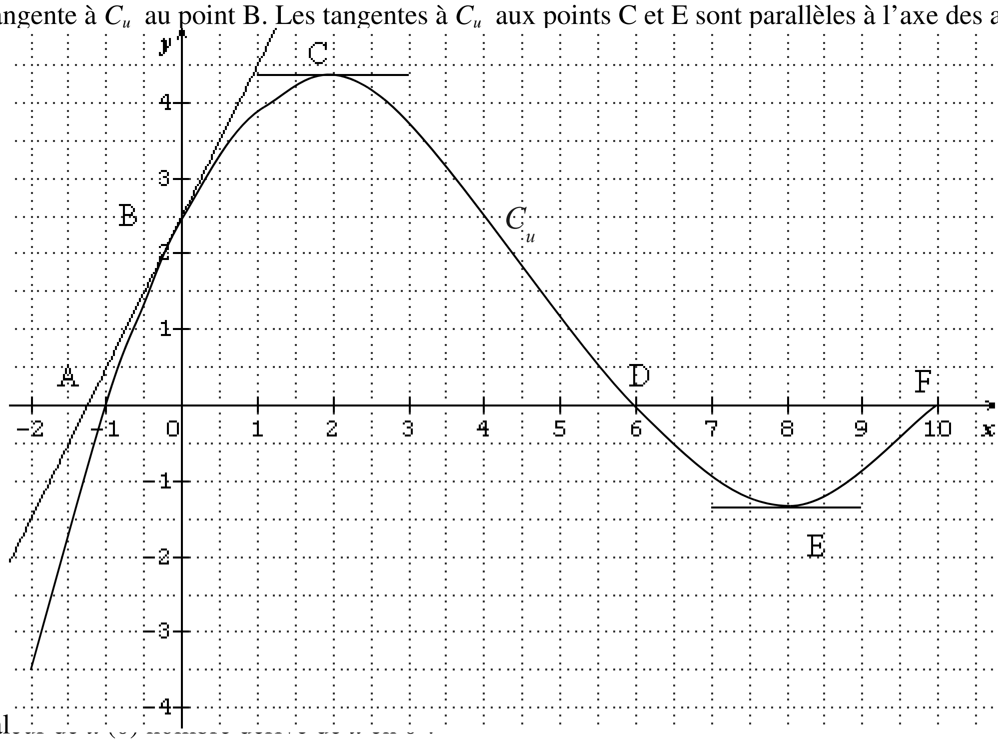
- la fonction composée $g = r \circ u$ où r est la fonction racine carrée

On rappelle que $r \circ u$ *est la fonction u suivie de la fonction r et elle est telle que :* $r \circ u(x) = r[u(x)]$

Sur la figure ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. La courbe C_u est la courbe représentative de u.

Les points A(−1 ; 0), B(0 ; 2,5), C(2 ; 4,35), D(6 ; 0), E(8 ; −1,35) et F(10 ; 0) sont des points de C_u.

La droite D est la tangente à C_u au point B. Les tangentes à C_u aux points C et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Quelle est la val

a. $u'(0) = 2,5$; **b.** $u'(0) = 2$; **c.** $u'(0) = 0,5$.

2. Quel est l'ensemble S des solutions de l'équation : $u(x) = 0$?

a. $S =$ ▪ ; **b.** $S = \{-1 ; 6 ; 10\}$; **c.** $S = \{2 ; 8\}$.

3. Quel est l'ensemble S des solutions de l'équation : $u(x) < 0$?

a. $S =]2 ; 8[$; **b.** $S = [-2 ; -1] \cup [6 ; 10]$ **c.** $S = [-2 ; -1[\cup]6 ; 10[$.

4. Quel est l'ensemble de définition de la fonction $g = r \circ u$, noté Dg ?

a. D$g = [-1 ; 6] \cup \{10\}$; **b.** D$g = [0 ; 10]$; **c.** D$g = [-2 ; 10]$.

5. Quelle est la valeur de $g(0)$?

a. $g(0) = \sqrt{2,5}$; **b.** $g(0) = 0$; **c.** $g(0) = 2,5$.

6. Quel est le sens de variation de la fonction $g = r \circ u$ sur l'intervalle $[2 ; 6]$?

a. g est croissante ; **b.** g est décroissante ; **c.** g n'est pas monotone.

7. Quelle est l'équation réduite de la droite (CE) ?

a. $y = -0,95x + 6,25$; **b.** $y = -0,9x + 5,85$; **c.** $y = -x + 6,35$.

EXERCICE N°4 **(Pour les élèves suivant l'enseignement de spécialité)** **(6 points)**

La solution de cet exercice doit être rédigée sur une feuille à part

Dans un repère (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) de l'espace, on considère les points A(0 ;0 ;4) , B(0 ;-5 ;0) , C(3 ;0 ;0 ;) et D (6 ;10 ;4).

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires. Que peut-on en déduire pour les points A, B, C et D ?

Soit le point I (2 ;0 ; z) où z est un réel. Déterminer z pour que les points B, I et D soient alignés.

Dans un repère (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) de l'espace, on considère les points E(3 ;1 ;2) , F(0 ;4 ;1) et G(0 ;2 ;3).

Déterminer une équation du plan P_1 parallèle au plan (yOz) et passant par le point E.

Déterminer une équation du plan P_2 parallèle à l'axe (Ox) et passant par les points F et G..

Déterminer une équation du plan P3 contenant les points E, F et G.

EXERCICE N°4 (Pour les élèves NE suivant PAS l'enseignement de spécialité) **(6 points)**

La grille des salaires des trente employés d'une PME est donnée par le tableau ci-dessous :

Salaire mensuel net en €	1125	1157	1168	1193	1236	1258	1325	1358	1367	1380	1458	1 835	2 010	2 025	2 075	2 225	2 355	2 450	2 882
Effectifs	1	2	1	3	1	3	2	2	1	1	3	2	1	1	1	1	1	2	1
Effectifs Cumulés Croissants																			

PARTIE A : 1. Déterminer le salaire médian (Med) en expliquant soigneusement les calculs.

2. Déterminer de même les quartiles Q_1 et Q_3.
3. Déterminer les déciles D_1 et D_9.
4. Réaliser le diagramme en boîte sur le graphique 1 de l'annexe (1 carreau pour 100€)
5. Calculer le salaire moyen arrondi à l'euro près
6. Calculer la variance et l'écart-type σ arrondi à l'euro près.
7. Quel est le pourcentage de salariés dont le salaire se situe dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$?

PARTIE B : On décide maintenant de regrouper les données par classes.

1. Compléter le tableau d'effectifs des salaires regroupés par classes.
2. Calculer la nouvelle moyenne obtenue à partir de ce nouveau tableau arrondie à l'euro.
3. Quel pourcentage d'erreur commet-on en choisissant cette moyenne plutôt que la moyenne réelle calculée à la partie A ?