Un corrigé du devoir commun 1S 2012

(en aucun cas un corrigé modèle)

Exercice 1

1) Pour Axel :

Note	1	2	3	4	5
effectif	5	4	2	3	5
Effectifs cumulés croissants	5	9	11	14	19

$N = 19$, l'effectif total est impair

$N \times 25\% = 4{,}75$

Le quartile 1 est donc la valeur située au 5$^{\text{ième}}$ rang, soit $\boldsymbol{Q_1 = 1}$

$N \times 75\% = 14{,}25$

Le quartile 3 est donc la valeur située au 15$^{\text{ième}}$ rang, soit $\boldsymbol{Q_3 = 5}$

$\frac{N+1}{2} = 10$. La médiane est la valeur située au 10$^{\text{ième}}$ rang, soit $\boldsymbol{M_e = 3}$

Pour Rosa :

Note	1	2	3	4	5
effectif	3	4	6	4	3
Effectifs cumulés croissants	3	7	13	17	20

$N = 20$, l'effectif total est pair

$N \times 25\% = 5$

Le quartile 1 est donc la valeur située au 5$^{\text{ième}}$ rang, soit $\boldsymbol{Q_1 = 2}$

$N \times 75\% = 15$

Le quartile 3 est donc la valeur située au 15$^{\text{ième}}$ rang, soit $\boldsymbol{Q_3 = 4}$

$\frac{N}{2} = 10$.

La médiane est la valeur moyenne située au 10$^{\text{ième}}$ et 11$^{\text{ième}}$ rang, soit $\boldsymbol{M_e = \frac{3+3}{2} = 3}$

2) Moyenne

$$\overline{x}_{Axel} = \frac{1 \times 5 + .. + 5 \times 5}{19} \approx 3 \qquad \overline{x}_{Rosa} = \frac{1 \times 3 + .. + 5 \times 3}{20} \approx 3$$

Ecart-type

$$\sigma_{Axel} \approx \sqrt{\frac{1}{19}(5 \times 1^2 + \cdots + 5 \times 5^2) - 2{,}95^2} \approx 1{,}6 \quad et \ \ \sigma_{Rosa} \approx 1{,}3$$

3) Axel et Rosa ont une moyenne très proche, par contre l'écart type de Axel est supérieur à celui de Rosa, ce qui traduit une plus grande dispersion des résultats autour de la moyenne pour Axel. Rosa a des résultats plus homogènes

Exercice 2

1) $\frac{-35\pi}{4} + 4 \times 2\pi = \frac{-3\pi}{4}$

La mesure principale de $\frac{-35\pi}{4}$ est $\frac{-3\pi}{4}$

2) $\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{-\pi}{4}$

$$x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \quad et \quad x = \pi - \frac{-\pi}{4} + k2\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \quad et \quad x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

Sur $[0; 2\pi]$

Pour $k = 0$, on obtient la solution $\frac{5\pi}{4}$

Pour $k = 1$, on obtient la solution $\frac{7\pi}{4}$

Soit $S = \left\{ \frac{5\pi}{4} ; \frac{7\pi}{4} \right\}$

3) $(\vec{u}; -\vec{v}) = \pi + (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4\pi}{3} \quad et \quad (\vec{u}; 2\vec{u}) = 0$

$(\vec{v}; \vec{w}) = (\vec{v}; \vec{u}) + (\vec{u}; \vec{w}) = -(\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{u}; \vec{w}) = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{12}$

$(-2\vec{w}; -5\vec{u}) = (-\vec{w}; -\vec{u}) = -(\vec{u}; \vec{w}) = \frac{-\pi}{4}$

Exercice 3

1) $f\ (x) = 3x^2 - 2x - 4$ est une fonction polynôme du second degré

$3 > 0$ les branches sont dirigées vers le haut

Le sommet a pour abscisse $\frac{-(-2)}{2\times 3} = \frac{1}{3}$ et pour ordonnée $f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{13}{3}$

$f'(x) = 6x - 2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$

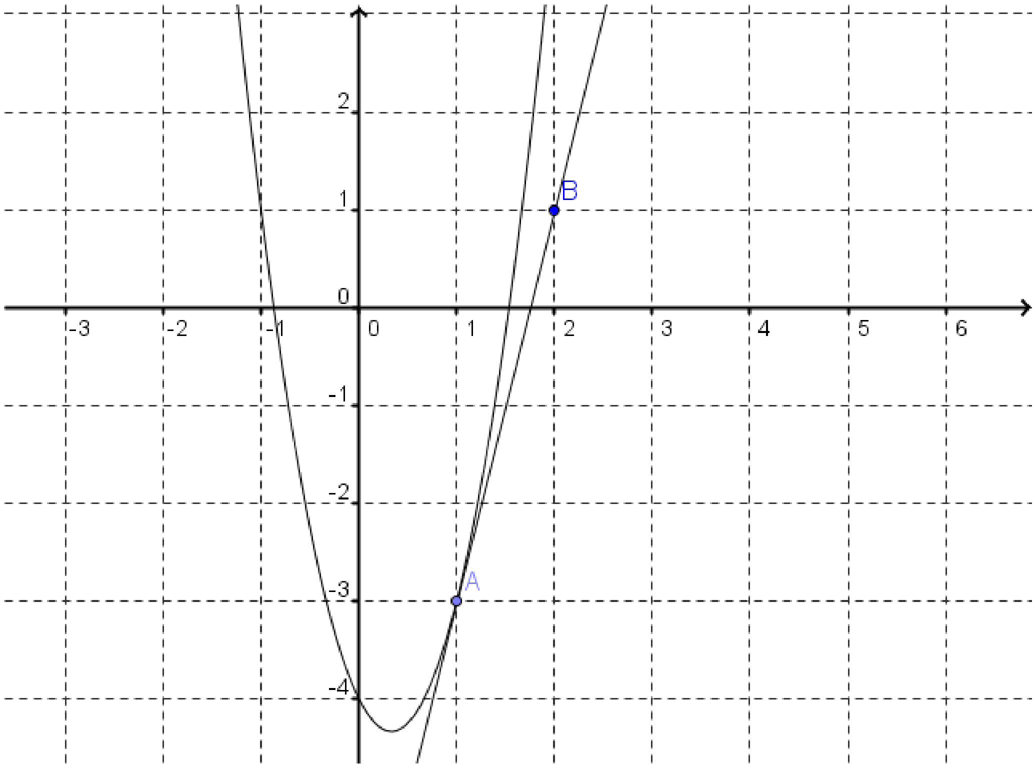
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$signe\ de\ f'(x)$	-		+
$variation\ de\ f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\frac{13}{3}$	↗ $+\infty$

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 4 = 0$

Le discriminant de $3x^2 - 2x - 4$ est $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-4) = 52$

Il y a donc deux solutions

$$S = \left\{ x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-\sqrt{13}}{3} \quad ; \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{3} \right\}$$



3) Ces solutions représentent les abscisses des points d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses.

4) La droite d passe par le point A(1 ;-3) et dirigée par le vecteur $\vec{u}\left(\frac{1}{2} ; 2\right)$

Donc une équation cartésienne est de la forme : $2x - \frac{1}{2}y + c = 0$

Et $2 \times 1 - \frac{1}{2} \times (-3) + c = 0 \;\; \Leftrightarrow c = -\frac{7}{2}$

Une équation cartésienne de d est : $2x - \frac{1}{2}y - \frac{7}{2} = 0$

5) Cherchons si il existe une tangente à la courbe parallèle à d

Il faut résoudre l'équation: $f'(x) = 4$ car le coefficient directeur de la droite d est 4

$$6x - 2 = 4 \;\Leftrightarrow x = 1$$

Cherchons l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) \;\; soit \;\; y = 4(x-1) - 3 \;\; soit \;\; y = 4x - 7$$

Or $2x - \frac{1}{2}y - \frac{7}{2} = 0 \;\Leftrightarrow y = 4x - 7$

Au point d'abscisse 1, la tangente à la courbe est donc la droite d !

Exercice 4

fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Tableau de signe	b	d	c	a

fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Variations	c	b	a	d

fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Signe de la dérivée	c	b	d	a

Exercice 5

1) Si V est le volume du cylindre, alors $V = \pi x^2 h$
Or V=1 donc

$$h = \frac{1}{\pi x^2}$$

2) L'aire total du cylindre est égale à :

$$A(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x \times h = 2\pi x^2 + 2\pi x \times \frac{1}{\pi x^2}$$

$$A(x) = 2\pi x^2 + \frac{2}{x}$$

3) $A(x)$ est une fonction rationnelle. 0 est une valeur interdite, x est une distance donc positive, donc

$$D_A = D_{A'} =]0; +\infty[$$

4) $A'(x) = 4\pi x - \frac{2}{x^2}$

$$A'(x) = \frac{4\pi x^3 - 2}{x^2}$$

Or $A'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \; 4\pi x^3 - 2 = 0 \; \Leftrightarrow x^3 = \frac{1}{2\pi}$

Vérifions, remplaçons x^3 par $x_0^3 = \frac{1}{2\pi}$ dans $A'(x)$

$$A'(x_0) = \frac{4\pi x_0^3 - 2}{x^2} = \frac{4\pi \times \frac{1}{2\pi} - 2}{x^2} = \frac{0}{x^2} = 0$$

5) On en déduit

x	0		x_0		$+\infty$
$A'(x)$		-	0	+	
$A(x)$		↘		↗	

6) Le minimum est atteint pour $x = x_0$
Alors

$$h = \frac{1}{\pi {x_0}^2} = \frac{1 \times x_0}{\pi x_0^2 \times x_0} = \frac{x_0}{\pi \times x_0^3} = \frac{x_0}{\pi \times \frac{1}{2\pi}} = 2x_0 = 2x$$

M.Wong