1°S Corrigé du devoir commun n°1

Ex 1 :

a) $f(x)=ax^2+ax-6a=a(x^2+x-6)=a((x+0,5)^2-0,25-6)=a(x+0,5)^2-6,25a$

b) On factorise le trinôme.

$f(x)=a(x+3)(x-2)$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
Signe de *x+3*		-	0	+		+	
Signe de *x-2*		-		-	0	+	
Signe de *(x+3)(x-2)*		+	0	-	0	+	
Signe de *a(x+3)(x-2)*		Signe de *a*	0	Signe de – *a*	0	Signe de *a*	

Ainsi, pour *a* > *0* ,) $f(x)\geq 0$ 0 sur] $-\infty$; -3] U [2 ; $+\infty$ [
f(x) < 0 sur] - 3 ; 2 [

Pour *a* < *0* ,) $f(x)\leq 0$ 0 sur] $-\infty$; -3] U [2 ; $+\infty$ [
f(x) > 0 sur] - 3 ; 2 [.

c) $f(x)=a(x+0,5)^2-6,25a$

f est de la forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ avec *a* > 0, $\alpha=-0,5$ *et* $\beta=-6,25a$

On a donc le tableau de variations suivant :

.*x*	$-\infty$	- 0,5	$+\infty$
Variation de *f*	$\searrow$	- 6,25a	$\nearrow$

F est donc croissante sur] - 0,5 ; $+\infty$ [

Ex 2 :

1°) On compare les coefficients directeurs.

Pour (AB) : $a=\dfrac{2-(-4)}{5-1}=\dfrac{6}{4}=1,5$

Pour (Δ) : *a'* = 1,5

Les deux droites ont le même coefficient directeur, elles sont donc parallèles. VRAI

2°) On calcule le discriminant du trinôme $-x^2+x-1$.

Δ = - 3

Δ < 0 donc le trinôme est du signe de *a* (ici *a* = - *1*) pour tout *x* réel.

Ainsi, pour tout *x* réel, $-x^2+x-1<0$.

Donc, l'inéquation $-x^2+x-1>0$ n'a aucune solution réelle. VRAI

3°) On étudie le signe de la différence :

$f(x)-g(x)=x^2+7x-6$

$\Delta = 73$

$x_1=\dfrac{-7-\sqrt{73}}{2}\approx-7,77$ *et* $x_2=\dfrac{-7+\sqrt{73}}{2}\approx0,77$

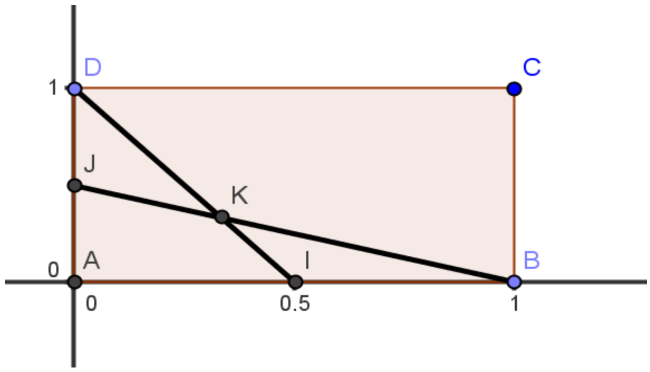
Le trinôme étant du signe de *a* à l'extérieur de l'intervalle formé par les racines, on a le tableau de signes suivant :

.*x*	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de *f(x) - g(x)*		+	0	-	0	+	
Position		C_f dessus		C_f dessous		C_f dessus	

x_2 < 1, donc C_f au-dessus de C_g sur [1 ; 2]. VRAI

Ex 3 :

1°)



Dans le repère $(A;\vec{AB};\vec{AD})$, A(0 ; 0) , B(1 ; 0) , C (1 ; 1) et D(0 ; 1)

2°) I milieu de [AB] I (0,5 ; 0)

$\vec{DI}(0,5;-1)$ est un vecteur directeur de (DI).

(DI) a une équation de la forme $ax + by + c = 0$ avec $-b = 0,5$ et $a=-1$.

D'où : $- x – 0,5y + c = 0$

D (0 ; 1) est sur (DI) donc : $-0,5 + c = 0$

$c = 0,5$

(DI) a pour équation : $- x -0,5y + 0,5 = 0$

ou $2 x + y – 1 = 0$

C'est à dire : $2 x + y = 1$

3°) J milieu de [AD], J (0 ; 0,5)

$M(x;y)\in(BJ)\Leftrightarrow \vec{BM}(x-1;y)$ *et* $\vec{BJ}(-1;0,5)$ colinéaires

$\Leftrightarrow 0,5(x-1)=-y$

$\Leftrightarrow 0,5x+y-0,5=0$

$\Leftrightarrow x+2y=1$

4°) Les coordonnées du point K, intersection de (BJ) et (DI), sont solutions du système :

$x + 2 y = 1$

$2x + y = 1$

Les solutions sont $x=\frac{1}{3}$ *et* $y=\frac{1}{3}$

Ainsi, $K(\frac{1}{3};\frac{1}{3})$.

5°) $\vec{AK}(\frac{1}{3};\frac{1}{3})$ *et* $\vec{AC}(1;1)$

Ainsi, $\vec{AK}=\frac{1}{3}\vec{AC}$, les deux vecteurs sont colinéaires, les points A, K et C sont alignés.

6°) O est le milieu de [AC] donc $\vec{AC}=2\vec{AO}$ d'où $\vec{AK}=\frac{2}{3}\vec{AO}$

7°) $\vec{IJ}(-0,5;0,5)$ donc les parallèle à (IJ) ont des équations de la forme $0,5x+0,5y+c'=0$

c'est à dire $x + y = constante = a + b$

Entrée : *Saisir a et b*

Traitement : *c prend la valeur a + b*

Sortie : « *Une équation cartésienne de la parallèle à (IJ) contenant le point de coordonnées (a ; b) est : x + y = c*»

Ex 4 :

On pose AC = x d'où BC = 20 – x

D'après le théorème de Pythagore : AC² + BC² = AB²

C'est à dire $x^2 + (20 - x)^2 = 169$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 40x + 231 = 0$

$\Delta < 0$ il n'y a pas de solution.

Il est impossible que le triangle soit rectangle en C.

Bonus :

ABC rectangle en A

$\Leftrightarrow x^2 + 169 = (20 - x)^2$

$\Leftrightarrow -40x = -231$

$\Leftrightarrow x = \frac{231}{40}$