

# Devoir commun (3<sup>ième</sup> trimestre)

## Première S

### *Attention !*

- *La calculatrice est autorisée.*
- *Toute affirmation doit être clairement argumentée.*
- *La présentation du devoir et la qualité des explications seront prises en compte.*

### **Exercice 1 : (2 points)**

**Théorème** : Si X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale  $B(n ; p)$  alors  $E(X) = np$ .

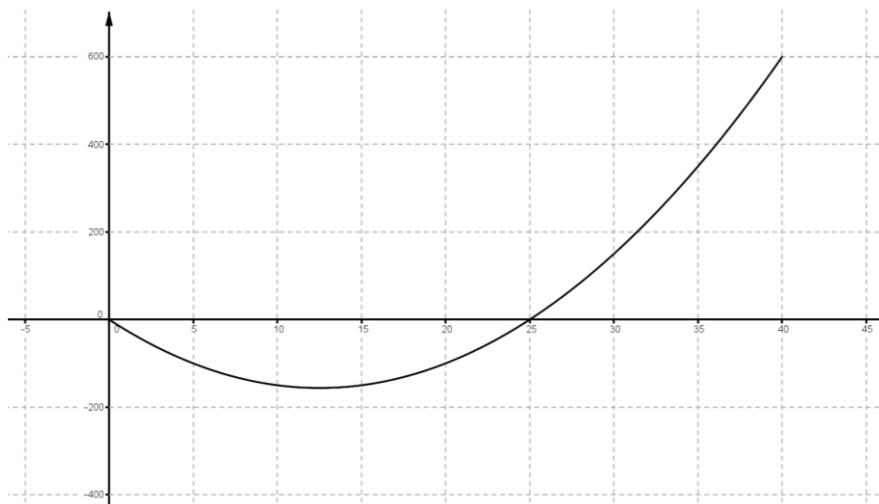
Démontrer ce théorème dans le cas où  $n=2$ :

### **Exercice 2 : (3 points) VRAI ou FAUX ? Justifier.**

1) Si  $A(2 ; 3)$  ;  $B(-3 ; 1)$  et  $C(-1 ; -5)$  alors (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

2) Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan.  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  orthogonaux  $\Leftrightarrow \|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u} - \vec{v}\|$

3) On considère la fonction C qui modélise l'évolution du coût de production en euros d'un produit chimique en fonction de la quantité en centaines de litre. On a dessiné ci-dessous la courbe de sa fonction dérivée



Le coût de production croît pour des quantités allant de 1250 litres à 4000 litres.

**Exercice 3 : (3 points)**

Soit  $(u_n)$  une suite définie par :  $u_n = 2,5^n$  pour tout entier naturel  $n$ .

- 1) Déterminer la variation de la suite.
- 2) On considère l'algorithme suivant :

```

1  Variables : n ; S ; U
2  Début de l'algorithme : n prend la valeur 0.
3                        S prend la valeur 100.
4  Début de Tant que :
5      Tant que U < S : U prend la valeur 2,5^n
6                        n prend la valeur n+1
7  Fin de Tant que :
8      Afficher : n
9  Fin de l'algorithme
    
```

1. Compléter le tableau :

n									
U									

2. Qu'affiche l'algorithme ?

3. Modifier cet algorithme pour que la variable S soit choisie par l'utilisateur.

- 3) Avec la calculatrice, conjecturer le comportement de la suite en l'infini. Argumenter.

**Exercice 4 : (5 points)**

Un tournoi de Tennis se déroule par élimination directe (On arrête de jouer à la première défaite). On peut jouer au maximum 5 parties (si on va en finale). A chaque rencontre, Noé a une probabilité de gagner égale à 0,4. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de rencontres gagnées par Noé.

- 1°) Faire un arbre modélisant la situation.
- 2°) Déterminer la loi de probabilité de X.
- 3°) Quelle est la probabilité que Noé ne gagne pas le tournoi ?
- 4°) Entre deux matchs, pour se détendre, Noé écoute de la musique. Il possède un MP3 dans lequel il a stocké 90 morceaux de jazz et 100 morceaux de musique classique. Afin d'écouter cinq morceaux de musique, Kevin lance cinq fois une lecture aléatoire sur son lecteur. Quelle est la probabilité qu'il écoute exactement trois morceaux de Jazz ?

**Exercice 5 : (5 points)**

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{2x^2+12x+18}{x^2+3}$ . On note  $f'$  sa dérivée.

- a) Donner son ensemble de définition  $D_f$ . Justifier.
- b) Montrer que  $f'(x)$  peut s'écrire :  $\frac{-12x^2-24x+36}{(x^2+3)^2}$ .
- c) Etudier le signe de  $f'(x)$  puis dresser le tableau de variations de  $f$ .
- d)  $f$  possède-t-elle des extremums locaux ? Argumenter
- e) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de cette fonction au point d'abscisse 0.

**Problème : (2 points)**

On considère un carré de côté 10 cm.  
 Une entreprise souhaite y insérer un logo constitué d'un carré et d'un triangle rectangle. Le carré a pour côté [AM] avec M un point de [AD]. Le triangle rectangle est dessiné dans le prolongement du carré comme sur la figure ci-contre.  
 Où placer le point M pour que le logo ait une aire minimale ?  
 Précisez cette aire.

