Correction du devoir commun de mathématiques

Secondes, lycée Marie Curie, session 2016

Exercice 1

Partie A

1/ L'image de (-2) par *f* est **8**, car $f(-2)=-3\times(-2)+2=8$.

2/ L'antécédent de (-2) par *g* est $\frac{1}{2}$ car $g\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}-3=-2$.

3/ L'image de (-2) par *h* est **0**, car $h(-2)=-(-2)^2+(-2)+6=0$.

4/ Sur $\mathbb{R}$, la fonction *g* est croissante, car c'est une fonction affine dont le coefficient directeur est positif.

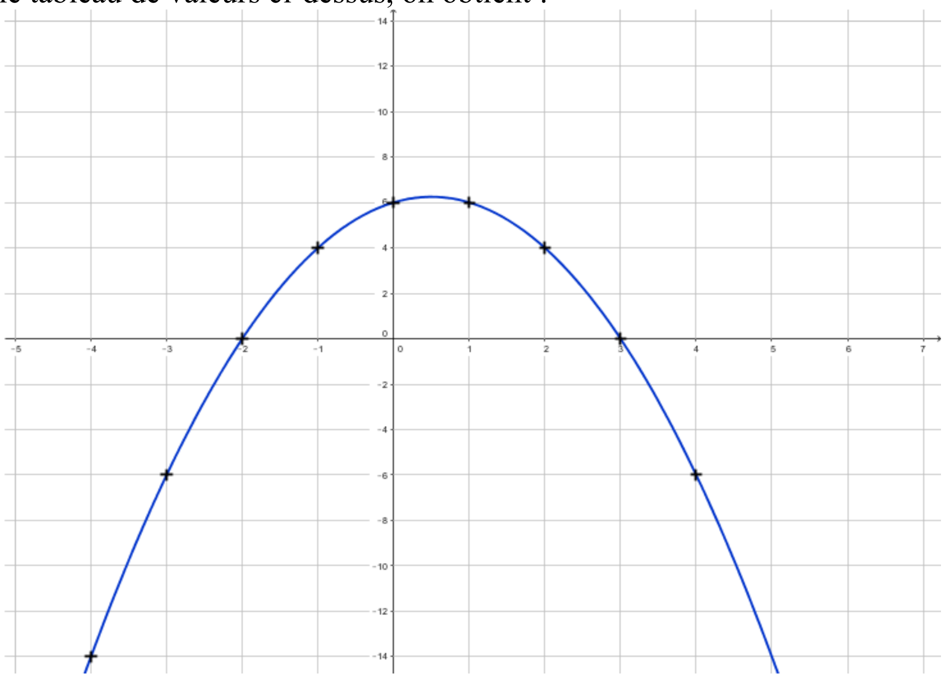
5/ Les solutions de l'équation $f(x)\geqslant 0$ sont $]-\infty;\frac{2}{3}]$ car *f* est une fonction décroissante, qui s'annule en $x=\frac{2}{3}$.

Partie B

1/ a) Le tableau de valeurs est donné par :

x	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
h(x)	-14	-9,75	-6	-2,75	0	2,25	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25	0	-2,75	-6

b) En utilisant le tableau de valeurs ci-dessus, on obtient :



c)

x	-4	0,5	4
$h(x)$	↗	6,25	↘

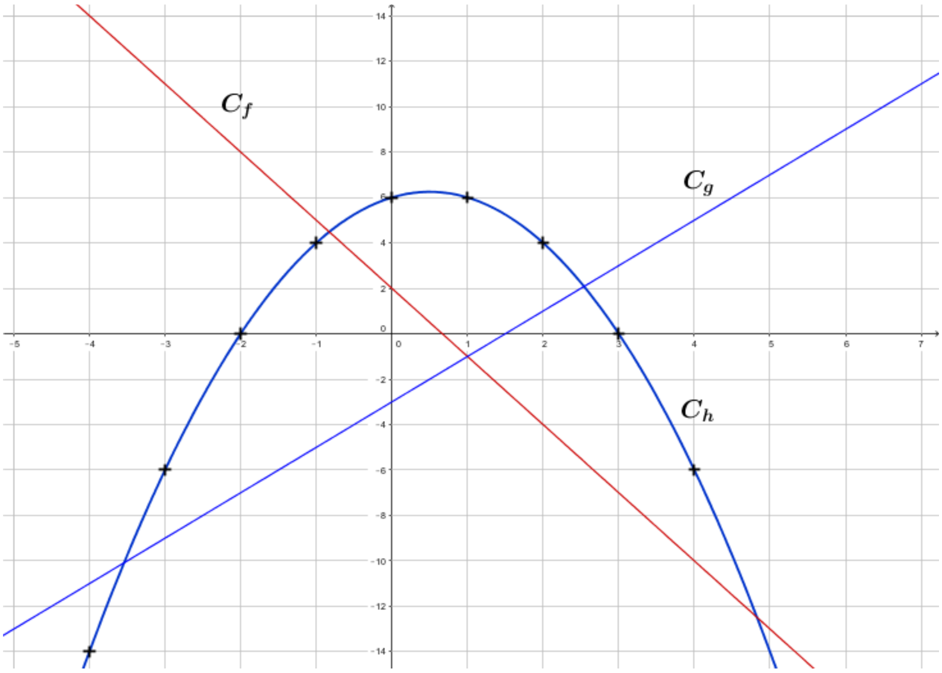
d) On développe l'expression donnée par l'énoncé :

$$(x-3)(-x-2)=x\times(-x)+x\times(-2)-3\times(-x)-3\times(-2)=-x^2-2x+3x+6=-x^2+x+6=h(x)$$

e) $h(x)=0 \Leftrightarrow (x-3)(-x-2)=0 \Leftrightarrow x-3=0$ ou $-x-2=0 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=-2$

Les solutions de l'équation $h(x)=0$ sont donc $x=-2$ et $x=3$. Ces solutions sont les abscisses des points d'intersection entre la courbe représentative de *h* et l'axe des abscisses.

2/ a) La fonction *f* est affine, elle a pour ordonnée à l'origine 2, et pour coefficient directeur -3. La fonction *g* est également affine, d'ordonnée à l'origine -3, et de coefficient directeur 2.



b) Le point d'intersection entre les courbes représentatives des fonctions *f* et *g* a pour abscisse 1.
c) Pour retrouver ce résultat par le calcul, on résout l'équation $f(x)=g(x)$:

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow -3x+2=2x-3 \Leftrightarrow -3x-2x=-3-2 \Leftrightarrow -5x=-5 \Leftrightarrow x=\frac{-5}{-5}=1.$$

Exercice 2

Partie A

1/

		Dé rouge					
		1	**1**	**2**	**3**	**4**	**4**
Dé noir	**2**	3	3	4	5	6	6
	2	3	3	4	5	6	6
	3	4	4	5	6	7	7
	4	5	5	6	7	8	8
	5	6	6	7	8	9	9
	5	6	6	7	8	9	9

2/ Il y a 7 issues possibles : « 3 », « 4 », « 5 », « 6 », « 7 », « 8 » et « 9 ». Ces issues ne sont pas équiprobables, car elles n'ont pas toutes la même probabilité. En effet, les probabilités de chaque issue sont données dans le tableau :

Issue	3	4	5	6	7	8	9
Probabilité	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$

3/ L'événement A est composé des issues « 4 », « 6 », et « 8 ». Donc $P(A)=\frac{4}{36}+\frac{10}{36}+\frac{4}{36}=\frac{18}{36}$. De même, B est composé des issues « 3 », « 4 », « 5 » et « 6 ». Donc $P(B)=\frac{4}{36}+\frac{4}{36}+\frac{5}{36}+\frac{10}{36}=\frac{23}{36}$.

4/ a) $A\cap B$: « La somme obtenue est paire et est strictement inférieure à 7 ».
$A\cup B$: « La somme obtenue est paire, ou est strictement inférieure à 7 ».

b) L'événement $A\cap B$ est composé des issues « 4 » et « 6 ». Donc $P(A\cap B)=\frac{4}{36}+\frac{10}{36}=\frac{14}{36}$.

Pour calculer la probabilité de l'événement $A\cup B$, on utilise la formule :

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{18}{36}+\frac{23}{36}-\frac{14}{36}=\frac{27}{36}.$$

c) $\bar{A}$: « La somme obtenue est impaire »

d) $P(\bar{A})=1-P(A)=1-\frac{18}{36}=\frac{18}{36}$.

Partie B

Variables

i, n, a, b, c et s sont des nombres entiers

Début de l'algorithme

Affecter à s la valeur 0

Lire n

Pour i allant de 1 à .n..

    Affecter à a un nombre aléatoire entre 1 et 6

    Affecter à b un nombre aléatoire entre 1 et 6

    Affecter à c la somme .a+b.....

    Si $c \geqslant$ .10. alors

        Affecter à ..s.... la valeur ...s+1..

    Fin Si

Fin Pour

Afficher .s....

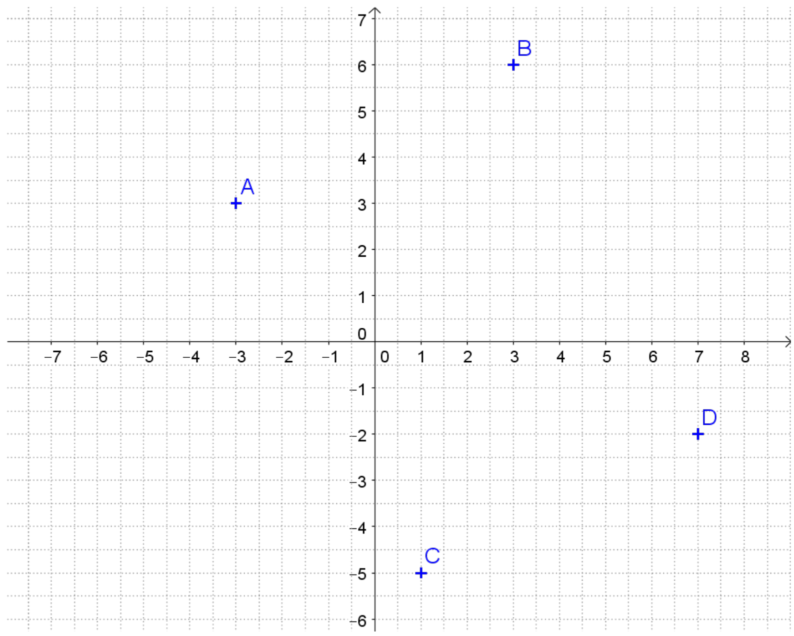
Fin de l'algorithme

Exercice 3

2/ Les coordonnées de ces deux vecteurs sont données par :

$$\overrightarrow{AB}:\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-(-3)\\6-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}\quad\text{et}\quad\overrightarrow{AC}:\begin{pmatrix}x_c-x_A\\y_c-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-(-3)\\-5-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-8\end{pmatrix}$$

1/ et 3/



4/ D'après la question précédente, on a $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$. En utilisant les coordonnées des vecteurs, on doit donc avoir : $\begin{pmatrix} x_D-1 \\ y_D-(-5) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ (les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ étant données à la question 2). Finalement, on obtient $x_D-1=6$ et donc $x_D=7$. De même, $y_D+5=3$ et donc $y_D=-2$.
Les coordonnées du point *D* sont donc : $D(7\,;-2)$.

5/ *ABDC* est un parallélogramme car on a l'égalité de vecteurs $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$.

6/ Pour savoir si *ABCD* est un rectangle, on calcule la longueur de ses diagonales :

$$AD=\sqrt{(7-(-3))^2+(-2-3)^2}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}.$$
$$BC=\sqrt{(3-1)^2+(6-(-5))^2}=\sqrt{2^2+11^2}=\sqrt{125}.$$

ABCD est donc un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur. C'est donc un rectangle.

Exercice 4

1/ Les compagnies Alpha et Bravo demandent le même prix pour une distance de 100 km. Le prix demandé est alors de 1400 €.

2/ a) On observe pour quelles valeurs de *x* la courbe de la fonction *g* est en dessous des deux autres courbes. Il est plus avantageux de choisir la compagnie Bravo lorsqu'on parcours entre 100 et 150 km.

b) On procède de la même manière, en observant cette fois les valeurs de *x* pour lesquelles la courbe de la fonction *h* est en dessous des deux autres courbes. On en conclut qu'il est plus avantageux de choisir la compagnie Charlie à partir de 150 km parcourus.

Exercice 5

1/

Groupe M :

Pression artérielle	12	13	13,5	14	14,5	15	16	17	18
Effectifs	2	4	2	7	6	5	1	1	2
ECC	**2**	**6**	**8**	**15**	**21**	**26**	**27**	**28**	**30**

- Étendue : $E=18-12=6$.
- Moyenne : $\bar{x}=\dfrac{12\times2+13\times4+\ldots+18\times2}{2+4+\ldots+2}=\dfrac{432}{30}=14{,}4$.
- La médiane est la moyenne entre les 15ème et 16ème valeurs : $\text{Me}=\dfrac{14+14{,}5}{2}=14{,}25$.
- $\dfrac{30}{4}=7{,}5$. Q_1 est donc la 8ème valeur. On en déduit que $Q_1=13{,}5$.
- $\dfrac{3\times30}{4}=22{,}5$. Q_3 est donc la 23ème valeur. On en déduit que $Q_3=15$.

2/

Groupe P :

Pression artérielle	14	**15**	**15,5**	**16**	**16,5**	**17**	**17,5**
Effectifs	2	**1**	**3**	**7**	**8**	**6**	**3**
ECC	**2**	**3**	**6**	**13**	**21**	**27**	**30**

3/ ***Phrase 1 :*** VRAI car $Q_3 = 15$.

Phrase 2 : FAUX, car le groupe ayant pris le médicament a un écart interquartile égal à 1,5 ; alors que celui du groupe ayant pris le placebo est égal à 1.

Phrase 3 : VRAI car il y a 21 personnes qui ont une pression artérielle comprise entre 16 et 17.

Phrase 4 : FAUX car la pression artérielle moyenne pour l'ensemble des 60 patients est égal à 15,335 (les deux groupes faisant la même taille, on utilise la formule $\frac{14{,}4+16{,}27}{2}$)

4/ Le médicament semble ici être efficace, car le groupe ayant pris le médicament a une moyenne, une médiane et des quartile sensiblement plus faibles que ceux du groupe ayant pris le placebo.