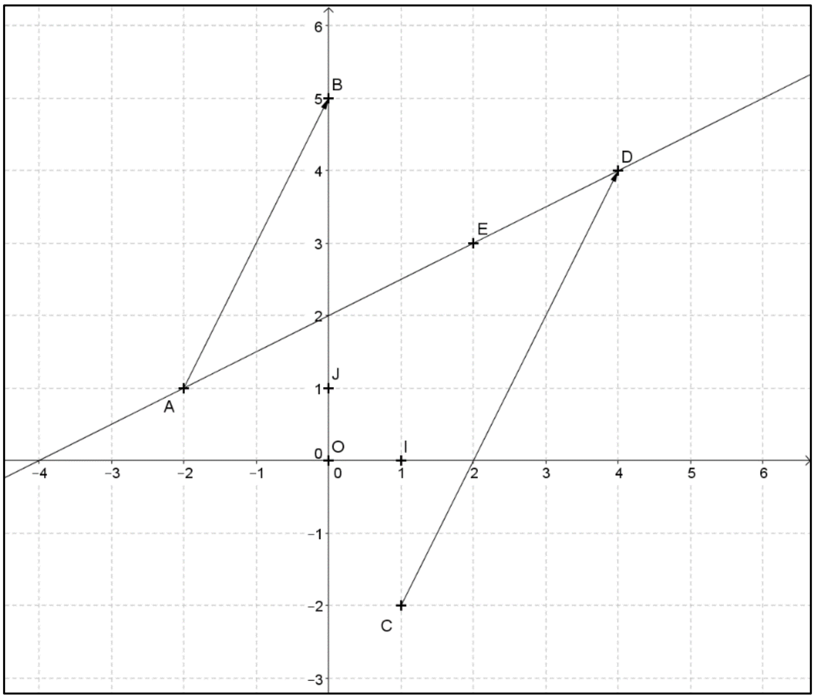
$2^{\text{ième}}$ Devoir Commun de Mathématiques – 2^{nde}

Corrigé + Barème A

Exercice 1 **(6 points)**

1. 1 point (-0,25 par point manquant ou mal placé)



2. **a.** $\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A\,;y_B - y_A\right)$

soit $\overrightarrow{AB}(0 — 2; 5 - 1)$ d'où $\overrightarrow{AB}\left(0 + 2\,;4\right)$

ou encore $\overrightarrow{AB}(2; 4)$.

1 point

b. On cherche s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k \times \overrightarrow{CD}$ et donc tel que $\begin{cases} 2 = k \times 3 \\ 4 = k \times 6 \end{cases}$.

Avec la première égalité, on obtient $k = \frac{2}{3}$. Avec la seconde égalité, on obtient $k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Ainsi, $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \times \overrightarrow{CD}$: $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont donc colinéaires.

1 point

c. Puisque les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

0,5 point

3. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.

$\overrightarrow{AD}(4 - (-2); 4 - 1)$ d'où $\overrightarrow{AD}(4 + 2; 3)$ ou encore $\overrightarrow{AD}(6; 3)$.

$\overrightarrow{AE}(2 - (-2); 3 - 1)$ d'où $\overrightarrow{AE}(2 + 2; 2)$ ou encore $\overrightarrow{AE}(4; 2)$.

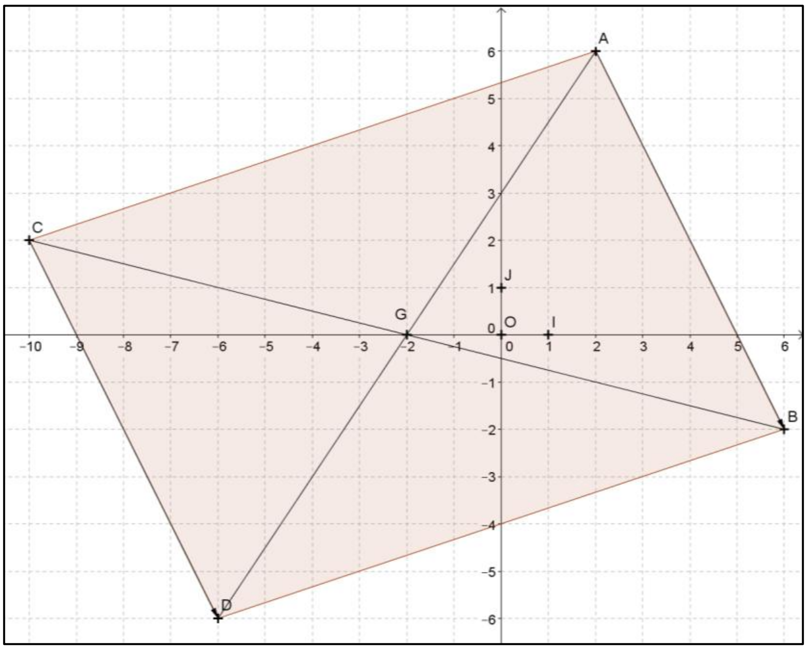
On remarque que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3} \times \overrightarrow{AD}$. On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires et donc que les points A, D et E sont alignés. **2,5 points : 1 coord/1 colinéarité/0,5 conclusion**

Exercice 2 (7 points)

1. 1 point : 0,75 test/ 0,25 sinon

Variables :	X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C, Y_C, X_D, Y_D sont des réels
Entrées :	Saisir X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C, Y_C, X_D, Y_D.
Traitement :	X prend la valeur X_B -X_A Y prend la valeur Y_B -Y_A X' prend la valeur X_D −X_C Y' prend la valeur Y_D −Y_C Si $X = X'$ et $Y = Y'$ Alors Afficher : « $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *sont égaux* » Sinon : Afficher : « $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas égaux » Finsi

2.



1 point (-0,25 par point manquant ou mal placé)

3. $\overrightarrow{AB}(6-2;-2-6)$ d'où $\overrightarrow{AB}(4;-8)$.

$\overrightarrow{CD}(-6-(-10);-6-2)$ d'où $\overrightarrow{CD}(-6+10;-8)$ ou encore $\overrightarrow{CD}(4;-8)$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux donc le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme. **1,5 points : 1 coord/0,5 conclusion**

4. $\overrightarrow{AB}(4;-8)$ d'après la question précédente.

$\overrightarrow{AC}(-10-2;2-6)$ d'où $\overrightarrow{AC}(-12;-4)$.

$\overrightarrow{AD}(-6-2;-6-6)$ d'où $\overrightarrow{AC}(-8;-12)$.

Ainsi, $\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{4}(4-12-8);\frac{1}{4}(-8-4-12)\right)$

soit $\left(\frac{1}{4}\times(-16);\frac{1}{4}\times(-24)\right)$ d'où $(-4;-6)$.

On note $(x;y)$ les coordonnées du point G. Ainsi, $\overrightarrow{AG}(x-2;y-6)$.

$\overrightarrow{AG}$ est égal à $\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$ si les coordonnées de ces deux vecteurs sont égales, soit $\begin{cases} x-2=-4 \\ y-6=-6 \end{cases}$.

Avec la première égalité, on obtient $x=-2$. Avec la seconde égalité, on obtient $y=0$.

Donc G a pour coordonnées $(-2;0)$. **2,5 points :1,5 coord vect/1 équation**

5. D'après la question 3, $ABDC$ est un parallélogramme : ses diagonales se coupent donc en leur milieu. Calculons les coordonnées du milieu d'une des diagonales, par exemple $[AD]$.

Les coordonnées du milieu de $[AD]$ sont $\left(\frac{x_A+x_D}{2};\frac{y_A+y_D}{2}\right)$ soit $\left(\frac{2+(-6)}{2};\frac{6+(-6)}{2}\right)$ d'où $(-2;0)$.

On retrouve les coordonnées du point G : G est donc le point d'intersection des diagonales de $ABDC$.

1 point (valoriser les bonnes initiatives)

Exercice 3 (14 points)

Partie A (7 pts)

1. On rappelle la formule qui permet de calculer l'aire d'un carré : $\mathcal{A}_{carré} = côté \times côté$.

Ici, l'aire du carré $AMNP$ vaut $f(3) = 3 \times 3$ soit 9 cm². **0,5**

On rappelle la formule qui permet de calculer l'aire d'un triangle : $\mathcal{A}_{triangle} = \frac{base \times hauteur}{2}$.

0,5 pour la formule de l'aire d'un triangle

De plus, on note H le pied de la hauteur issue de N.

Ici, l'aire du triangle CDN vaut $g(3) = \frac{CD \times HN}{2} = \frac{8 \times (HM - MN)}{2} = \frac{8 \times (8-3)}{2}$ soit 20 cm². **0,5**

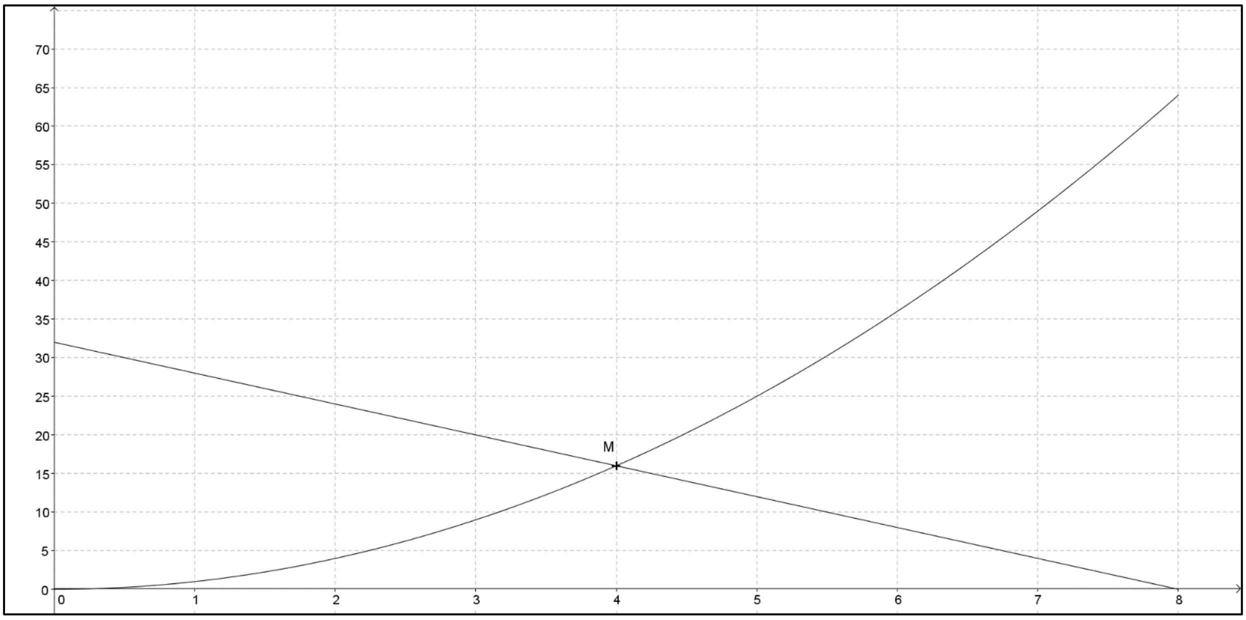
remarque : 0 si on utilise la formule de g(x) donnée dans la question suivante

2. L'aire du carré $AMNP$ vaut $f(x) = AM \times AM = x \times x = x^2$. **0,5**

L'aire du triangle CDN vaut $g(x) = \frac{CD \times HN}{2} = \frac{8 \times (HM - MN)}{2}$. **0,5**

Or, $MN = AM = x$ donc $g(x) = \frac{8 \times (HM - MN)}{2} = \frac{8 \times (8-x)}{2} = \frac{64 - 8x}{2}$ soit $32 - 4x$ cm². **0,5**

3. a.



1,5 pour la parabole

1 pour la droite (seulement 0,5 si le tracé est à main levée)

Remarque : on sera bienveillant quant à la précision compte tenu des unités en ordonnée

b. Par lecture graphique, les coordonnées du point M (unique point d'intersection des deux courbes) sont $(4; 16)$.

Cela signifie que lorsque $AM = x = 4$ cm **0,5**, l'aire du triangle CDN est égale à l'aire du carré $AMNP$: elles valent $f(4) = g(4) = 16$ cm². **0,5**

0,5 pour les traits de construction

Partie B (7 pts)

1. a. $(x-1)(x-3) = x^2 - x - 3x + 3 = x^2 - 4x + 3$. **0,5**

b. $h(x) < 29 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 32 < 29$ **0,5 pour le calcul**

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$ **0,5 pour la rédaction avec les équivalences**

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0$.

c. $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$ et $x-3>0 \Leftrightarrow x>3$

x	0	1	3	8
Signe de $x-1$	$-$	$+$	$+$	
Signe de $x-3$	$-$	$+$	$+$	
Signe de $(x-1)(x-3)$	$+$	$-$	$+$	

0,5 pour les racines + 0,5 pour le signe de x-1 + 0,5 pour le signe de x-3 + 0,5 pour le signe du produit

$h(x)<0 \Leftrightarrow x \in]1;3[$. **1 (retirer 0,5 si les bornes sont fermées)**

2. a. $h(x)$ est de la forme ax^2+bx+c avec $a=1>0$ et $b=-4$
donc h admet le tableau de variations suivant :

x	0	2	8
$f(x)$	3 ↘	28	↗ 35

car $-\frac{b}{2a}=2$ **0,5** et $h(2)=28$ **0,5**

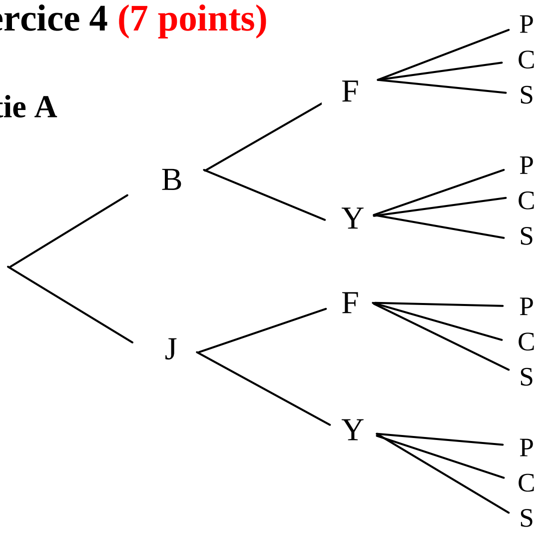
1 pour les flèches

b. Le minimum de h est 28 atteint pour $x=2$. **0,5**

Exercice 4 (7 points)

Partie A

1.



La probabilité d'avoir uniquement des antigènes A est $\frac{45}{100}=\frac{9}{20}$. **0,5**

2. La probabilité d'avoir des antigènes A est $\frac{45+3}{100}=\frac{48}{100}=\frac{12}{25}$. **1**

3. La probabilité est de $\frac{43}{100}$. **0,5**

4. La probabilité est de $\frac{45+9+3}{100}=\frac{57}{100}$.**1**

Partie B

1. Arbre **1,5**
Il y a $2\times2\times3=12$ menus possibles. **0,5**

2. a. La probabilité d'avoir un menu comportant un pain au chocolat est de $\frac{2\times2\times1}{12}=\frac{1}{3}$. **1**

b. La probabilité d'avoir un menu sans fruits est de $\frac{1\times1\times3}{12}=\frac{1}{4}$. **1**

Exercice 5 (6 points : 1 par bonne réponse)

1. b 2.a 3. c 4. b 5.c 6. b