2nde

Correction du devoir commun de février 2013

Exercice 1 :

Questions	1)	2)	3)	4)
Réponses	c.	a.	c.	b.

Exercice 2 :

1)

- L'image de -1 par f est -4.
- 1 admet pour antécédents 1 et 4.
- Le maximum de f sur l'intervalle $[-1; 5]$ est 5, il est atteint en 5.
- Le minimum de f sur l'intervalle $[0; 5]$ est 0, il est atteint en 0 et 3.
- $f(1{,}7) > f(2{,}3)$ car la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[1; 3]$.
- L'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet 3 solutions sur l'intervalle [-1 ;5].

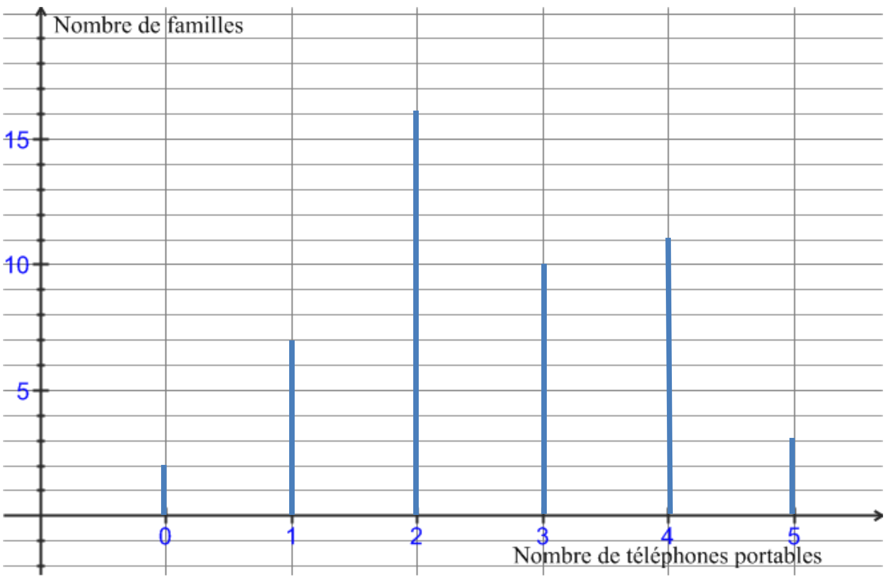
2)

x	-1		1		3		5
f	-4	↗	1	↘	0	↗	5

3) Graphiquement, on peut voir que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 1$ est l'intervalle $[-1; 4]$.

Exercice 3 :

1)



2) La moyenne de cette série est : $\bar{x} = \frac{0\times2+1\times7+\cdots+5\times4}{50} = 2{,}66$.
Cela signifie que le nombre moyen de téléphones portables est de 2,66 par famille.

3)

Nombre de portables	0	1	2	3	4	5
Nombre de familles	2	7	16	10	11	4
Effectifs cumulés croissants	**2**	**9**	**25**	**35**	**46**	**50**

A l'aide des effectifs cumulés croissants, on constate que 35 familles possèdent au plus 3 téléphones portables.

4)

a. La série compte 50 familles, et on constate que 25 familles possèdent 2 téléphones portables ou moins et donc que 25 familles possèdent 3 téléphones portables ou plus. On en déduit que la médiane est de 2,5.

b. $\frac{50}{4} = 12{,}5$, le premier quartile correspond donc à la 13ème valeur c'est-à-dire 2. Cela signifie qu'un quart des familles interrogées possèdent 2 téléphones portables ou moins.
$3 \times \frac{50}{4} = 37{,}5$, le troisième quartile correspond donc à la 38ème valeur c'est-à-dire 4. Cela signifie que trois quart des familles interrogées possèdent 4 téléphones portables ou moins.

Exercice 4 :

1)

a. $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \times \frac{1}{2} + 1 = -1 + 1 = 0$

b. Comme g est une fonction affine non constante, 0 possède un unique antécédent par g. On cherche alors le nombre x qui vérifie $g(x) = 0$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

L'antécédent de 0 par g est donc 2.

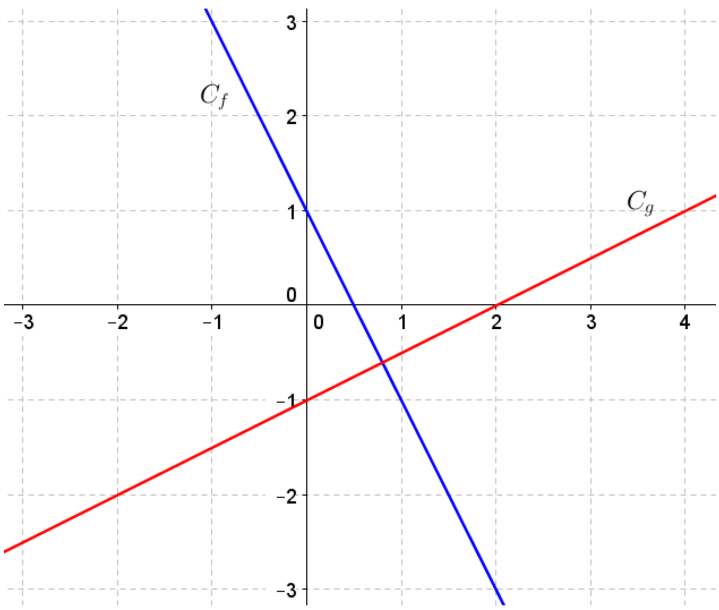
c. Le coefficient directeur de f est -2, il est négatif, donc f est décroissante.
Le coefficient directeur de g est $\frac{1}{2}$, il est positif, donc g est croissante.

d.

x		$\frac{1}{2}$	
$f(x)$	$+$	0	$-$

x		2	
$g(x)$	$-$	0	$+$

2)



3)

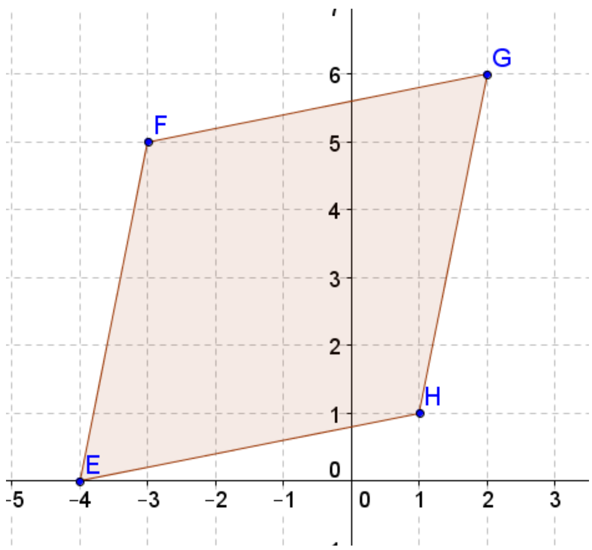
a. Pour tout nombre réel x on a :

$$(-2x+1)\left(\frac{1}{2}x-1\right) = -x^2+2x+\frac{1}{2}x-1 = -x^2+\frac{5}{2}x-1 = h(x)$$

b. A la question précédente, on a montré que $h(x) = f(x)g(x)$ pour tout x réel. On en déduit le tableau de signes de h à l'aide des tableaux de signes de f et de g.

x		$\frac{1}{2}$		2	
$f(x)$	$+$	0	$-$		$-$
$g(x)$	$-$		$-$	0	$+$
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Exercice 5 :



Plusieurs possibilités s'offrent à nous. J'en traite une assez classique.

On appelle M le milieu de [EG] et M' le milieu de [FH]
Les coordonnées de M sont :
$x_M = \frac{x_E+x_G}{2} = \frac{-4+2}{2} = -\frac{2}{2} = -1$ et $y_M = \frac{y_E+y_G}{2} = \frac{0+6}{2} = 3$

Les coordonnées de M' sont :
$x_{M'} = \frac{x_F+x_H}{2} = \frac{-3+1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$ et $y_{M'} = \frac{y_F+y_H}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

On constate que les coordonnées de M et de M' sont identiques, donc les points M et M' sont confondus, donc les diagonales du quadrilatère EFGH se coupent en leurs milieux et donc EFGH est un parallélogramme.

Par ailleurs, on a :

$$EF = \sqrt{(x_E-x_F)^2+(y_E-y_F)^2} = \sqrt{\left(-4-(-3)\right)^2+(0-5)^2} = \sqrt{(-1)^2+(-5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

et

$$EH = \sqrt{(x_E-x_H)^2+(y_E-y_H)^2} = \sqrt{(-4-1)^2+(0-1)^2} = \sqrt{(-5)^2+(-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

On constate que EF = EH, donc EFGH est un parallélogramme qui a deux cotés consécutifs de même longueur, c'est un losange.