Devoir Commun du 29 avril 2015

Durée : 2 heures (calculatrices autorisées)

Rendre le sujet avec la copie

NOM :

Exercice n°1

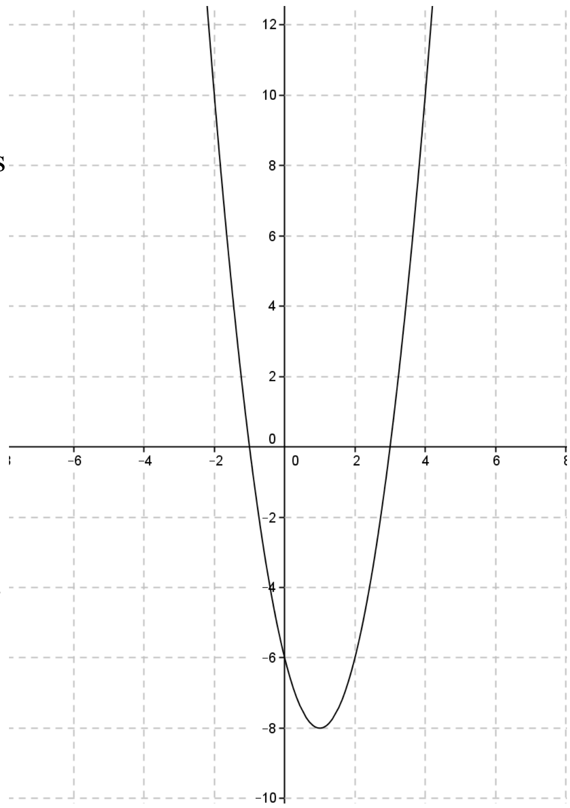
La fonction f définie sur **R** est représentée par la parabole, C_f.

$$f(x)=2x^2-4x-6$$

1. Vérifier que pour tout $x \in \mathbf{R}$:
   a) $f(x)=2(x-1)^2-8$
   b) $f(x)=2(x-3)(x+1)$

2. Parmi les trois expressions de $f(x)$ choisir la plus appropriée pour répondre aux questions suivantes :
   a) Le point de coordonnées ($\sqrt{3}$; -7) appartient-il à la courbe C_f ?
   b) Déterminer les coordonnées de B et C, points d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses.
   c) Déterminer les coordonnées du point A, sommet de la parabole.
   d) Résoudre $f(x)>0$. En donner une interprétation graphique.

3. a) Tracer la droite d d'équation $y = 3x - 6$ dans le repère ci-contre.
   b) Lire les coordonnées de I et J, points d'intersection de C_f et de la droite d .
   c) Retrouver ces résultats par le calcul.



Exercice n°2

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans un sac on dispose trois jetons numérotés 1, 2 et 3.
On considère l'expérience aléatoire suivante.On tire un jeton au hasard, on note son numéro puis on le remet dans le sac. On tire au hasard un second jeton dont on note aussi le numéro.
On additionne les deux numéros obtenus.

On donne la loi de probabilité de cette expérience :

Somme	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$		$\frac{1}{9}$

1. a) Justifier les nombres inscrits dans les 2 lignes du tableau (on pourra utiliser une représentation avec un arbre ou un tableau à double entrée des issues de l'expérience)
   b) Compléter le tableau ci-dessus en justifiant.

2. Soit A l'événement : « obtenir une somme inférieure ou égale à 4 ».
   Soit B l'événement : « obtenir une somme qui soit un nombre pair ».
   a) Déterminer la probabilité de l'événement A.
   b) Déterminer la probabilité de l'événement B.
   c) Décrire par une phrase l'événement $A \cap B$.
   d) Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap B$.
   e) Décrire par une phrase l'événement $\overline{A}$.
   f) Déterminer la probabilité de l'événement $\overline{A}$.
   g) Déterminer la probabilité de l'événement $A \cup B$.

Partie B

On a consigné les résultats obtenus lors de 100 répétitions de l'expérience précédente dans le tableau ci-dessous.

Somme	2	3	4	5	6
Effectifs	19	31	23	14	13
Effectifs cumulés					

1. Compléter le tableau avec les effectifs cumulés.
2. Déterminer la médiane et les quartiles de cette série. Justifier clairement.
3. Déterminer la moyenne de cette série.

Partie C

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :
n prend la valeur 0
S prend la valeur 0

Traitement :
Tant que $S \leqslant 10$:
n prend la valeur $n+1$
S prend la valeur $S+n$
Fin du Tantque

Sortie : Afficher S

	Condition $S \leqslant 10$	n	S
Initialisation		0	0
Etape 1	Vraie		

1. Compléter le tableau de valeurs ci-contre (il peut y avoir des lignes en trop).
2. Quel résultat est affiché en sortie ?
3. Que fait cet algorithme ?

Exercice n°3 – Théorème de Varignon

Le but de cet exercice est de donner une conjecture puis deux démonstrations du théorème de Varignon.

La figure 1 sera complétée au fur et à mesure de l'exercice, la figure 2 est destinée à la question 4.

1. a) Dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, placer les points $A(-4;5)$, $B(6;1)$, $C(2;-7)$ et $D(-4;-3)$ ainsi que les points *E, F, G* et *H* milieux respectifs des côtés [*AB*], [*BC*], [*CD*] et [*AD*] et tracer les quadrilatères *ABCD* et *EFGH*.
   b) Quelle conjecture peut-on faire sur la nature du quadrilatère *EFGH* ?

Dans la suite de l'exercice, on admet que les points E, F, G et H ont pour coordonnées $E(1;3)$, $F(4;-3)$, $G(-1;-5)$ et $H(-4;1)$.

2. *Figure* 1 : démonstration par les coordonnées de vecteur.
   a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$.
   b) Que remarque-t-on ? En déduire la nature du quadrilatère *EFGH*.

3. *Figure 1* : démonstration par les milieux des diagonales.
   a) Calculer les coordonnées du point *I* milieu du segment [*EG*].
   b) Calculer les coordonnées du point *J* milieu du segment [*FH*].
   c) Que remarque-t-on ? En déduire la nature du quadrilatère *EFGH*.

4. *Figure 2* : on suppose à présent que les points *A, B* et *C* conservent les mêmes coordonnées, mais on change les coordonnées du point *D* : les nouvelles coordonnées sont $(-6;-5)$.
   (les coordonnées des points G et H vont aussi changer)
   a) Calculer la longueur exacte de la diagonale [*EG*].
   b) Dans cette question, toute trace de recherche, même infructueuse, sera prise en compte : quelle est la nature exacte du quadrilatère *EFGH* ?

Figure 1 :

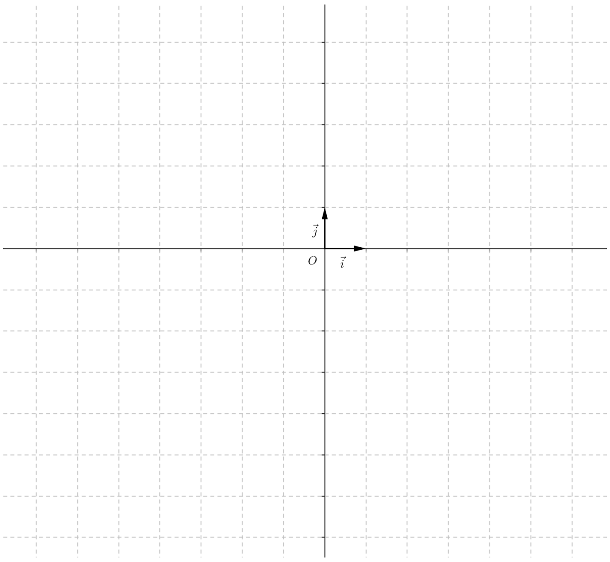


Figure 2 :