

Exercice 1:

PARTIE A:

1) $f(3) = -3^2 + 6 \times 3 = -9 + 18 = 9$

2) $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{6 \times 2}{3} = \frac{-4}{9} + \frac{36}{9} = \frac{32}{9} \neq \frac{31}{9}$ donc A n'appartient pas à Cf.

3) $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(-x+6) = 0$ donc $x=0$ ou $-x+6=0$ c'est à dire $x=0$ ou $x=6$
Les antécédents de 0 par sont 0 et 6.

4) a) $(6-x)(x-2) = 6x - 12 - x^2 + 2x = -x^2 + 8x - 12$

b) $-(x-3)^2 + 9 = -(x^2 - 6x + 9) + 9 = -x^2 + 6x - 9 + 9 = -x^2 + 6x$

5) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^2 + 6x = -2x + 12 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 12 = 0 \Leftrightarrow (6-x)(x-2) = 0$ (d'après 4a))
 donc $6-x=0$ ou $x-2=0$ c'est à dire $x=6$ ou $x=2$

$S = \{2; 6\}$

6) $f(x) \leq 9 \Leftrightarrow -x^2 + 6x \leq 9 \Leftrightarrow -(x-3)^2 + 9 \leq 9 \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0$ or un carré est toujours positif donc $S = \mathbb{R}$

PARTIE B

1) Tableau de variations de f :

x	0	3	4
$f(x)$	0	9	8

2) Sur $[3; 4]$ f est décroissante donc si $a \leq b$ alors $f(a) \geq f(b)$

3)

x	0	1
$f(x)$	12	10

PARTIE C

1) $M \in [AD]$ donc $x \in [0; 4]$

2) (NP) et (CH) sont toutes les deux parallèles à la même droite (AD) donc $(NP) \parallel (CH)$.

D'après le théorème de Thalès dans le triangle BCH, on a :

$\frac{NP}{CH} = \frac{BP}{BH} \Leftrightarrow \frac{x}{4} = \frac{BP}{4} \Leftrightarrow BP = x$

3) $AP = AB - PB = 6 - x$

$Aire(AMNP) = AM \times AP = x(6-x) = -x^2 + 6x = f(x)$

$Aire(ADP) = \frac{AD \times AP}{2} = \frac{4(6-x)}{2} = 12 - 2x = g(x)$

4) $Aire(AMNP) = Aire(ADP) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ donc $x=2$ ou $x=6$

Or $x \in [0; 4]$ donc $x=2$

5) $Aire(AMNP) = 10 \Leftrightarrow f(x) = 10$ or $f(x) \leq 9$ sur \mathbb{R} d'après la question A6) donc l'aire de AMNP ne peut pas être égale à 10 cm^2

