

NOM :

Mercredi 17 Avril

Classe :

DS commun

Sujet B

(2 Heures)

- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- Aucun échange de matériel n'est autorisé.
- L'énoncé est à rendre avec la copie.
- Barème indicatif : (Sur 40)
 - Exercice 1 : 18 points.
 - Exercice 2 : 8 points.
 - Exercice 3 : 8 points.
 - Exercice 4 : 6 points.

Exercice 1.

Les parties A et B sont indépendantes

Soit les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} respectivement par $f(x) = -x^2 + 12x$ et $g(x) = -4x + 48$. On note respectivement \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère orthogonal du plan.

Partie A *Étude algébrique*

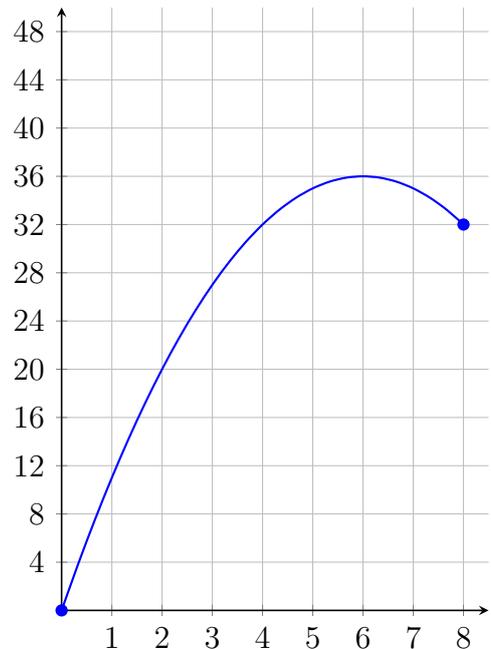
- Calculer l'image de 6 par f .
- Le point $A\left(\frac{4}{3}; \frac{125}{9}\right)$ appartient-il à la courbe \mathcal{C}_f ? Justifier la réponse par un calcul.
- S'ils existent, déterminer par le calcul les antécédents par f du nombre 0.
- Développer et réduire :
 - $(12 - x)(x - 4)$;
 - $-(x - 6)^2 + 36$.
- En utilisant la question 4., résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- En utilisant la question 4., prouver que, pour tout réel x , $f(x) \leq 36$.

Partie B *Étude graphique*

Dans toute cette partie, on utilisera la représentation graphique de la fonction f sur $[0; 8]$ donnée ci-contre comme support graphique.

On reportera sur le dessin tous les tracés permettant de répondre aux questions posées.

- Par simple lecture graphique, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 8]$.
- Soit deux réels a et b quelconques de l'intervalle $[6; 8]$ tels que $a \leq b$. Peut-on comparer les réels $f(a)$ et $f(b)$? Justifier.
- Dans le repère donné ci-contre, représenter graphiquement la fonction g sur $[0; 8]$.

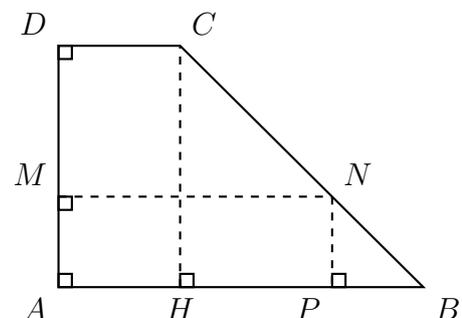


Partie C *Application*

Dans toute cette partie, l'unité de longueur est le centimètre.

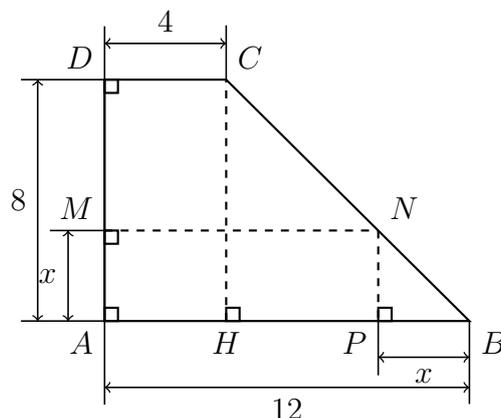
$ABCD$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 12$, $CD = 4$ et $AD = 8$. M est un point mobile sur le segment $[AD]$ et on pose $AM = x$.

On construit le rectangle $AMNP$ inscrit dans $ABCD$ comme indiqué sur la figure ci-contre.



- Dans quel intervalle noté I varie x ?
- Soit H le point tel que $ADCH$ soit un rectangle. En utilisant le théorème de Thalès, démontrer que $BP = x$.

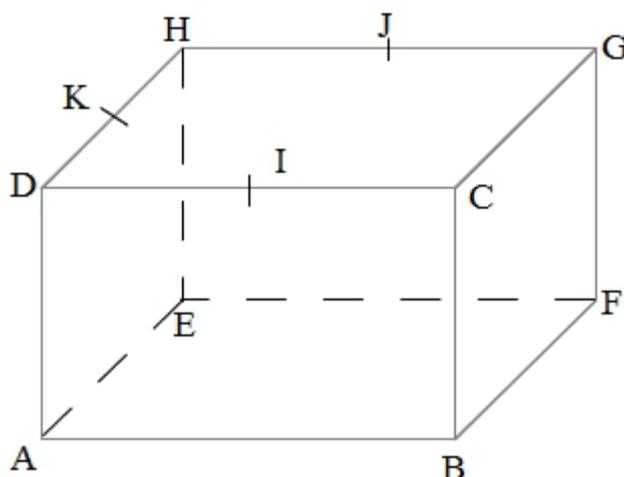
On peut donc à présent reporter toutes les informations concernant les longueurs de la figure :



3. Exprimer AP en fonction de x et en déduire que les aires de $AMNP$ et ADP sont données en fonction de x par : $\mathcal{A}_{AMNP} = 12x - x^2$ et $\mathcal{A}_{ADP} = 48 - 4x$.
4. L'aire du rectangle $AMNP$ peut-elle être égale à l'aire du triangle ADP ? Si oui, préciser dans quel(s) cas ; si non, expliquer pourquoi. On pourra utiliser la partie A.
5. L'aire du rectangle $AMNP$ peut-elle être égale à 40 cm^2 ? Si oui, préciser dans quel(s) cas ; si non, expliquer pourquoi. On pourra utiliser la partie A.

Exercice 2.

Soit $ABCDEFGH$ un pavé droit. I est le milieu de $[EF]$, J est le milieu de $[HG]$ et K est le milieu de $[DH]$.



Les réponses aux questions 1., 2. et 3. n'ont pas à être justifiées.

1. Donner respectivement :
 - (a) Une droite parallèle à la droite (IJ) , non coplanaire au plan (DCG) et sécante à la droite (AH) .
 - (b) Une droite parallèle au plan (ABC) , sécante au plan (BGC) et incluse dans le plan (HGC) .
2. Donner la position relative des droites : (coplanaires, sécantes, parallèles ...)
 - (a) (AG) et (AE) .
 - (b) (AC) et (ED) .
3. Déterminer l'intersection des plans suivants et la tracer.
 - (a) (FJG) et (BGJ) .
 - (b) (DCH) et (BFI) .
4. Sachant que $AB = 6 \text{ cm}$, $BF = 4 \text{ cm}$ et $AD = 4 \text{ cm}$.
 - (a) Calculer le volume de la pyramide $ADIK$.
 - (b) Calculer les longueurs AF , puis DF .

Exercice 3.

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

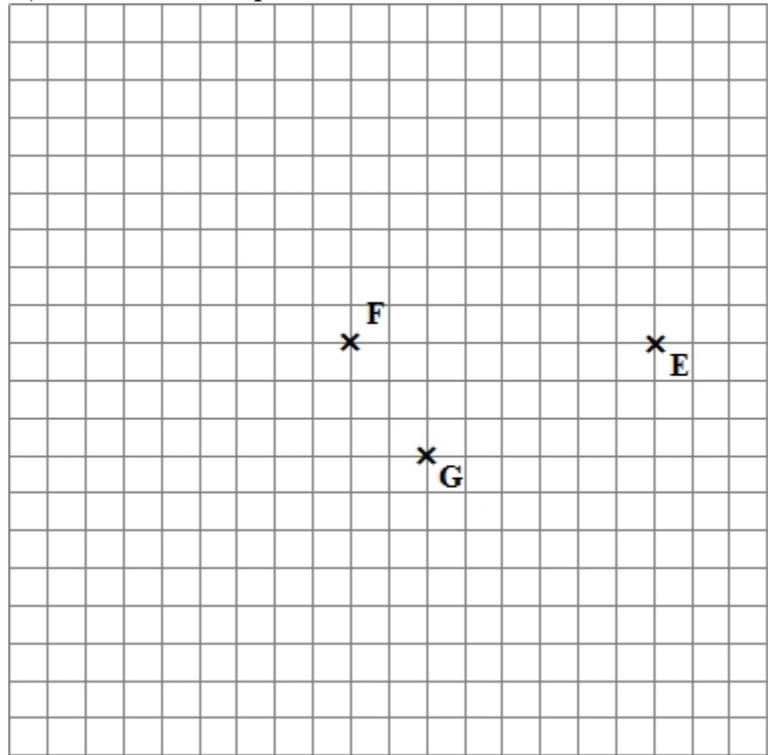
1. Sur l'énoncé, placer les points A , B , C et D définis par :

(a) $\vec{EA} = \vec{GF}$.

(b) $\vec{EB} = \vec{EF} + \vec{EG}$.

(c) $\vec{EC} = \vec{FG} + \frac{1}{3} \cdot \vec{EG}$.

(d) $\vec{ED} = 2 \cdot \vec{EG} - \frac{1}{2} \cdot \vec{EF}$.



2. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne les points $A(2; -3)$, $B(5; 2)$ et $C(-4; 5)$.

- Faire une figure, à compléter au fur et à mesure avec les nouveaux points.
- Calculer les coordonnées du vecteur \vec{AB} .
- Déterminer par le calcul les coordonnées du point $D(x_D; y_D)$ tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- Déterminer par le calcul les coordonnées du point $I(x_I; y_I)$, centre du parallélogramme $ABCD$.
- Calculer la longueur AB .

Exercice 4.

On soumet à 40 candidats une liste de 10 questions dont voici les résultats :

Réponses justes	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	2	5	8	10	11	3	1
Effectifs cumulés croissants							

- Calculer le nombre moyen m de bonnes réponses. Le calcul effectué doit apparaître sur la copie.
 - Calculer le pourcentage des candidats ayant répondu juste à au moins 8 questions.
- Compléter le tableau avec les effectifs cumulés croissants.
 - Calculer en justifiant les calculs la médiane de cette série. Donner une interprétation concrète de cette médiane.
 - Calculer en justifiant les calculs le premier et le troisième quartile de cette série.