Correction du devoir commun de janvier 2016.

Exercice 1.

1°.

$$A = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{4^{\times 7}}{3^{\times 7}} - \frac{2}{21}$$

$$A = \frac{28}{21} - \frac{2}{21} = \mathbf{\frac{26}{21}}$$

$$B = \frac{\frac{2^{\times 5}}{1^{\times 5}} - \frac{7}{5}}{\frac{11}{3}} = \frac{\frac{10}{5} - \frac{7}{5}}{\frac{11}{3}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{11}{3}}$$

$$B = \frac{3}{5} \times \frac{3}{11} = \mathbf{\frac{9}{55}}$$

2°.

$$C = \frac{6 \times 10^{-15} \times 1{,}4 \times 10^{6}}{2 \times 10^{9}} = \frac{8{,}4 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{9}} = \mathbf{4{,}2 \times 10^{-18}}$$

ou directement avec la calculatrice

Exercice 2.

①	$\left(-2\sqrt{3}\right)^2 = 12$	②	$(7-3x)^2 = 49 - 42x + 9x^2$
③	$4x^2 - 36 = (2x-6)(2x+6)$	④	21 *et* 16 *sont premiers entre eux*

Exercice 3.

1°. *Dans ACE et EBD*

les points C, E, B sont alignés d'une part, d'autre part A, E, D sont alignés dans ***le même ordre****,*

$$CE = BC - BE = 9 - 3 = 6\ cm$$

$$\frac{EB}{EC} = \frac{3}{6} = 0{,}5 \qquad \frac{ED}{EA} = \frac{2}{4} = 0{,}5$$

Comme $\frac{EB}{EC} = \frac{ED}{EA}$ *alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès,* **(BD) // (AC)**

2°. *Dans ACE et EBD,*

$E \in (AD), E \in (CB)$ *et (AC) // (BD), d'après le théorème de Thalès :*

$$\frac{EB}{EC} = \frac{ED}{EA} = \frac{BD}{CA} \quad soit \quad \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{BD}{5} \quad donc \quad \boldsymbol{BD} = \frac{5 \times 2}{4} = \mathbf{2{,}5\ cm}$$

Exercice 4.

1°. Au départ de Nantes le vol aller-retour pour le couple revient à 2 × 530 € soit 1060 €
Au départ de Paris le vol aller-retour pour le couple revient à 2 × 350 € soit 700 €

$$1060 - 700 = 360$$

La différence entre les prix des 2 billets d'avion s'élève donc bien à 360 € pour ce couple

2°. a. le départ l'avion de Paris est prévu à 11h55, il faut procéder à l'embarquement 2 h avant et le trajet Nantes-Paris en voiture dure environ 4 h 24.

$$11h55 - 2h - 4h24 = 5h31$$

Le couple devra donc partir à 5h31 de Nantes

b. La distance domicile - aéroport est de 409 km et la consommation est de 6 litres pour 100 km

$$\frac{409 \times 6}{100} = 24{,}54 \qquad 24{,}54 \; litres \; seront \; nécessaires, \text{à } 1{,}30 \text{ € } par \; litre \;\; donc$$

$$24{,}54 \times 1{,}30 = 31{,}902$$

Le coût du carburant est effectivement de 31,90€ (environ) pour cet aller.

3°.

<u>**Départ en avion de Nantes**</u>	<u>**Départ de Paris, trajet en voiture.**</u>	<u>**Départ de Paris, trajet en train.**</u>
$2 \times 530 = 1060$ Le voyage revient à 1060 €	$2 \times 350 = 700$ € (vol) $2 \times 31{,}9 = 63{,}80$ € $(carburant\ aller - retour)$ $2 \times 35{,}90 = 71{,}80$ € (péage aller-retour) 58 € $(parking)$ soit un total de $700 + 63{,}8 + 71{,}8 + 58 = 893{,}6$ le voyage revient à 893,60 €	$2 \times 350 = 700$ € (vol) $2 \times 51 = 102$ € $(train\ aller)$ $2 \times 42 = 84$ € $(trian\ retour)$ soit un total de $700 + 102 + 84 = 886$ le voyage revient à 886 €

Le plus économique est donc de partir de Paris et de faire le trajet Nantes-Paris en train.

Exercice 5.

1°. $M = (3x+1)^2 + (3x+1)(2x-4)$

$$M = 9x^2 + 6x + 1 + 6x^2 - 12x + 2x - 4$$

$$\boldsymbol{M = 15x^2 - 4x - 3}$$

2°. pour $x = -3$

$$M = 15 \times (-3)^2 - 4 \times (-3) - 3$$

$$M = 15 \times 9 + 12 - 3 = 135 + 12 - 3$$

$$\boldsymbol{M = 144}$$

3°. $M = (3x+1)^2 + (3x+1)(2x-4) = (\boldsymbol{3x+1})(3x+1) + (\boldsymbol{3x+1})(2x-4)$

$$M = (3x+1)[3x+1+2x-4] = \boldsymbol{(3x+1)(5x-3)}$$

Exercice 6.

1°. Par l'algorithme d'Euclide

$$PGCD(1394; 255) = PGCD(255; 119) \qquad 1394 = 255 \times 5 + 119$$

$$PGCD(255; 119) = PGCD(119; 17) \qquad 255 = 119 \times 2 + 17$$

$$PGCD(119; 17) = 17 \qquad 119 = 17 \times 7 + \mathbf{0}$$

donc **PGCD(1394 ; 255) = 17**

2°. Un artisan dispose de 1 394 graines d'açaï et de 255 graines de palmier pêche.
Il veut réaliser des colliers identiques, c'est-à-dire composé chacun du même nombre de graines d'açaï et le même nombre de graines de palmier pêche.

a. Comme PGCD(1394 ;255)=17 alors il pourra réaliser **17 colliers au maximum**.

b. $1394 = 17 \times 82 \quad ; \quad 255 = 17 \times 15$

Chaque collier est composé de 82 graines d'açaï et de 15 graines de palmier.

Exercice 7.

1°. Dans ABC, $BC^2 = 53^2 = 2809 \quad (côté\ le\ plus\ long)$

$AC^2 + AB^2 = 45^2 + 28^2 = 2025 + 784 = 2089$

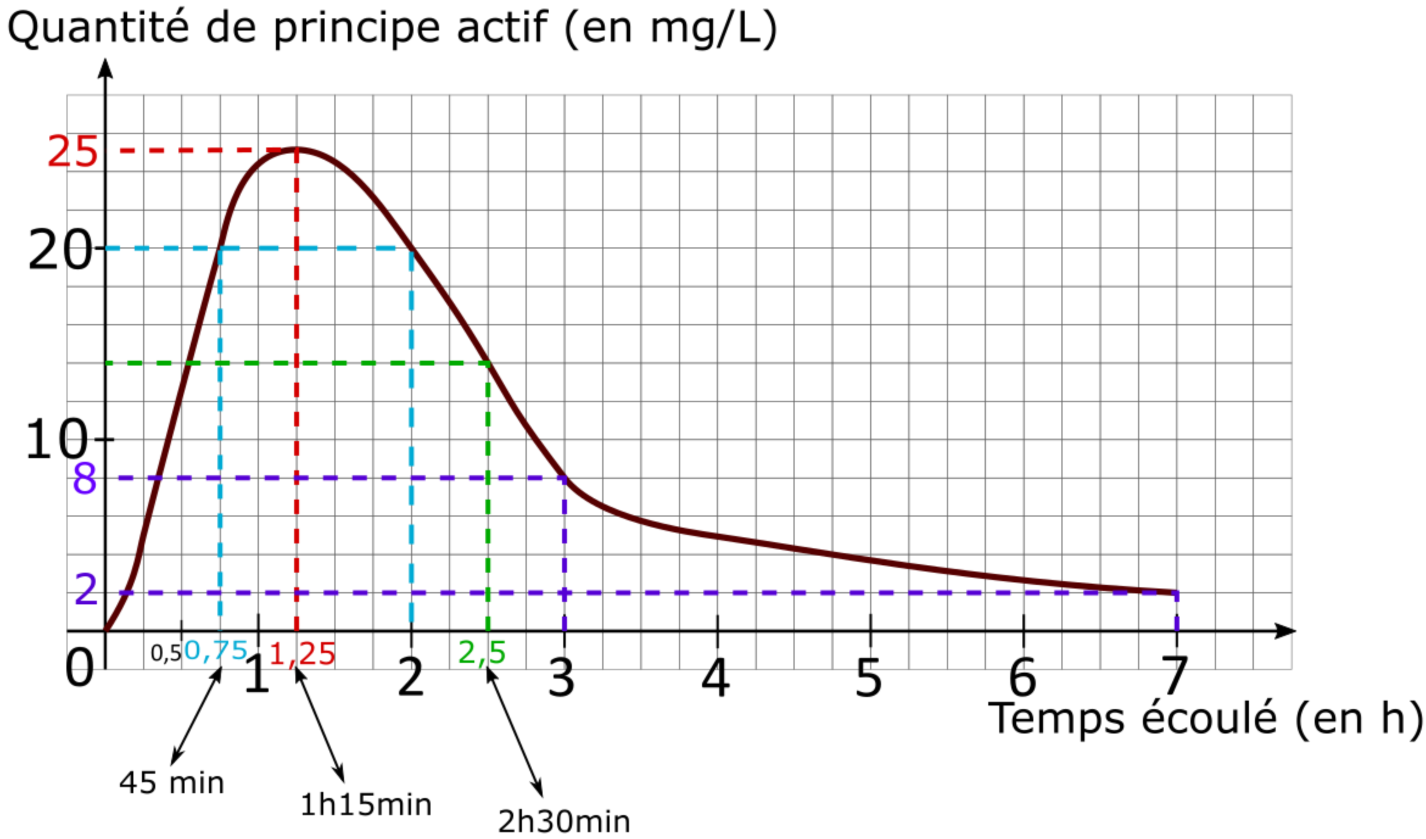
Comme $BC^2 = AC^2 + AB^2$ alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle **ABC est rectangle en A**

2°. Comme ABC est un triangle rectangle en A alors les angles $A\hat{B}C$ et $A\hat{C}B$ sont complémentaires donc : $A\hat{C}B = 90 - A\hat{B}C = 90 - 63 = 27°$.

$A\hat{C}B$ et $A\hat{E}B$ sont des angles inscrits, comme ils interceptent le même arc $\widehat{AB}$ alors :

$$\boldsymbol{A\hat{E}B = A\hat{C}B = 27°}$$

Exercice 8.



1°. a. $f(3) = \mathbf{8}$ | **b.** $f(2) = 20$ et $f(0{,}75) = 20$ **des antécédents de 20 sont 0,75 et 2** | **c.** $f(7) = \mathbf{2}$

2°. La quantité de principe actif de médicament dans le sang est maximale après **1h15min.**

3°. La quantité de principe actif de médicament dans le sang après 2h30min est de **14 mg/L**

4°. Le médicament est efficace pendant **3h45min.**