Collège Olympe de Gouges Cadaujac

Février 2020

BREVET BLANC
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

NOM, Prénom:...................................... Classe : ....

L'emploi de la calculatrice est autorisé.Le détail des calculs doit figurer sur la copie.
Sauf indication contraire, seuls les résultats exacts sont demandés.
Tous les essais, les démarches engagées, même non aboutis seront pris en compte.
Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n°1 (14 points)

		A	B	C
①	*Si le produit de x par -5 est positif, alors x est ...*	*positif*	*négatif*	*On ne peut pas savoir*
②	$24^2 - 25^2 = \cdots$	-1	$(24-25)^2$	-7^2
③	*L'énergie électrique consommée par un appareil de puissance P pendant une durée t est donnée par la relation :* $E = P \times t$ *L'énergie consommée par 12 lampes d'une puissance de 60 W chacune, pendant une durée de 8 heures est de ... Wh*	*492Wh*	*5760Wh*	*80Wh*
④	*La somme de 10 nombres négatifs est ...*	*positive*	*négative*	*On ne peut pas savoir*
⑤	*Si on double la longueur du côté d'un carré, son aire est multipliée par ...*	*2*	*4*	*8*
⑥	*On paye 79,75€ pour un plein d'essence de 55 L. Sur la pompe, le prix indiqué était de ... €/L*	*4386,25€/L*	*0,69€/L*	*1,45€/L*
⑦	*Lorsque l'on regarde un angle de 3° avec une loupe de grossissement 2, on voit un angle de :*	*3°*	*6°*	*9°*

Exercice n°2 (7 points)

Je veux acheter le Bidule de mes rêves. Je profite des soldes et compare les prix dans deux magasins.

Bidule Store
Un Bidule
~~80€~~
–30 %

Paradis du Bidule
Un Bidule
~~70€~~
–20 %

Vaut-il mieux acheter le bidule chez « Bidule Store » ou au « Paradis du Bidule ».

Chez Bidule Store le prix est : $80 \times (1 - \frac{30}{100}) = 80 \times 0,7 = 56$ €

Au Paradis du Bidule, le prix est : $70 \times (1 - \frac{20}{100}) = 70 \times 0,8 = 56$ €

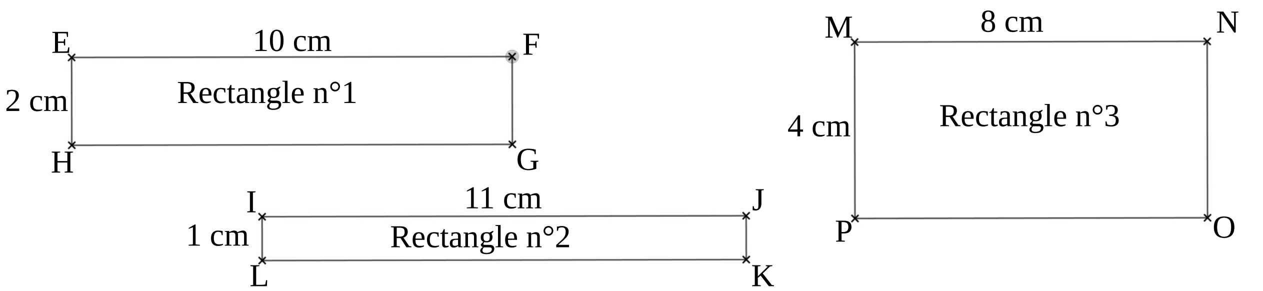
Le prix est le même dans les 2 magasins

<u>Exercice n°3 (21 points)</u>

On va s'intéresser à l'étude de tous les rectangles de périmètres égaux à 24 cm.

<u>1ère partie :</u>

1. *Voici ci-après trois rectangles de périmètre 24 cm.*



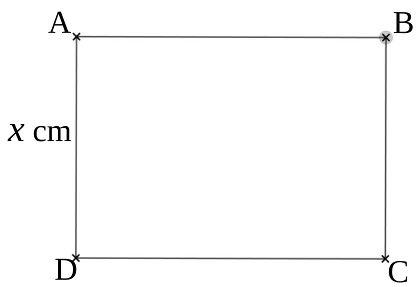
Ces rectangles ont-ils la même aire ? Justifier votre réponse.

Calculons l'aire des rectangles, on rappelle que $Aire_{rectangle} = Longueur \times largeur$.

Rectangle 1 : son aire est $2 \times 10 = 20cm^2$
Rectangle 2 : son aire est $1 \times 11 = 11cm^2$
Rectangle 3 : son aire est $4 \times 8 = 32cm^2$

Donc ces rectangles n'ont pas la même aire.

2. *Dans la suite de l'exercice, on considère le rectangle ABCD, lui aussi de périmètre 24 cm et on note $x = AD$.*



   a. *Exprimer AB en fonction de x.*

   Le demi-périmètre (AD + AB) est 12 cm.

   D'où $AB = 12 - x$

   b. *Montrer que l'aire du rectangle ABCD peut s'exprimer sous la forme : $12x - x^2$.*

   L'aire de ABCD est $AD \times AB = x \times (12 - x) = x \times 12 - x \times x = 12x - x^2$.

<u>2ème partie :</u>

Soit f la fonction qui à x associe l'aire du rectangle ABCD : $f(x) = 12x - x^2$.

La représentation graphique de la fonction f est donnée sur la feuille annexe 1.

1. ***Répondre aux questions sur la copie, en faisant également apparaître, en couleur, sur le graphique (feuille annexe)** les traits qui vous ont permis **de lire graphiquement** les réponses :*

   a. *Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?*

   Par lecture graphique, $f(5) = 35$ (voir les pointillés en rouge sur le graphique de l'annexe).

   b. *Donner une valeur approchée de (ou des) antécédents(s) de 10 par la fonction f.*

   Par lecture graphique, il y a 2 antécédents pour 10 dont les valeurs approchées sont 0,9 et 11,1 (voir les pointillés en bleu sur le graphique de l'annexe).

c. *Déterminer graphiquement une valeur approchée de x pour laquelle l'aire est maximale. Combien vaut cette aire ?*

L'aire est maximale pour x=6 et elle vaut alors 36 cm² (voir les pointillés en vert sur le graphique de l'annexe).

2. *Pour chacune des propositions ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou si elle est fausse* ***en justifiant par des calculs****. Rappel :* $f(x) = 12x - x^2$.

Proposition 1 : l'image de 2 par la fonction f est 20.

Vraie car $f(2) = 12 \times 2 - 2^2 = 24 - 4 = 20$.

Proposition 2 : le point A (3 ; 27) est un point de la représentation graphique de f.

Vraie car $f(3) = 12 \times 3 - 3^2 = 36 - 9 = 27$.

Proposition 3 : Un antécédent de 5 par la fonction f est $\frac{1}{2}$.

Fausse car $f(\frac{1}{2}) = 12 \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6 - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} - \frac{1}{4} = \frac{23}{4} \neq 5$

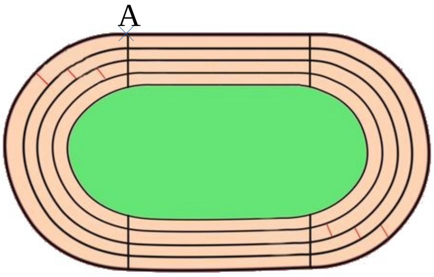
Exercice n°4 (10 points)

Marc et Jim, deux amateurs de course à pied, s'entraînent sur une piste d'athlétisme dont la longueur du tour mesure 400m.
Marc fait un temps moyen de 2 minutes par tour.
Marc commence son entraînement par un échauffement d'une longueur d'un kilomètre.

1. *Combien de temps durera l'échauffement de Marc?*
   1km = 1000m. Pour 400 m, Marc met 2 min donc pour $400 \times 2,5 = 1000$ m, Marc mettra $2 \times 2,5 = 5$ min. L'échauffement de Marc durera 5 min.

2. *Quelle est la vitesse moyenne à laquelle court Marc en km/h?*
   Marc fait 400m en 2 min, soit $30 \times 400 = 12000$ m = 12 km en $30 \times 2 = 60$ min. Sa vitesse est donc de 12 km/h.

À la fin de l'échauffement, Marc et Jim décident de commencer leur course au même point de départ A et vont effectuer un certain nombre de tours.
Marc conserve la même vitesse qu'a l'échauffement, Jim a un temps moyen de 1minute et 40 secondes par tour.



3. *Calculer le temps qu'il faudra pour qu'ils se retrouvent ensemble, au même moment, et pour la première fois au point A et déterminer combien de tours de piste cela représentera pour chacun d'entre eux.*
   Marc met 120s (2 min) pour faire un tour et Jim 100s (1 min 40s). On cherche donc un multiple de 100 et 120. Le 1er multiple de 120 qui soit aussi un multiple de 100 est 600 (5×120). Ils se retrouvent ensemble, au même moment, et pour la première fois au point A au bout de 600 s soit <u>10 min</u>.
   Pour Marc : $600 = 5 \times 120$, il aura fait <u>5 tours</u> et pour Jim : $600 = 6 \times 100$, il aura fait <u>6 tours</u>.

Exercice n°5 (12 points)

Dans le skatepark du village de Dounia, la mairie veut installer un plan incliné avec un escalier permettant d'y accéder.

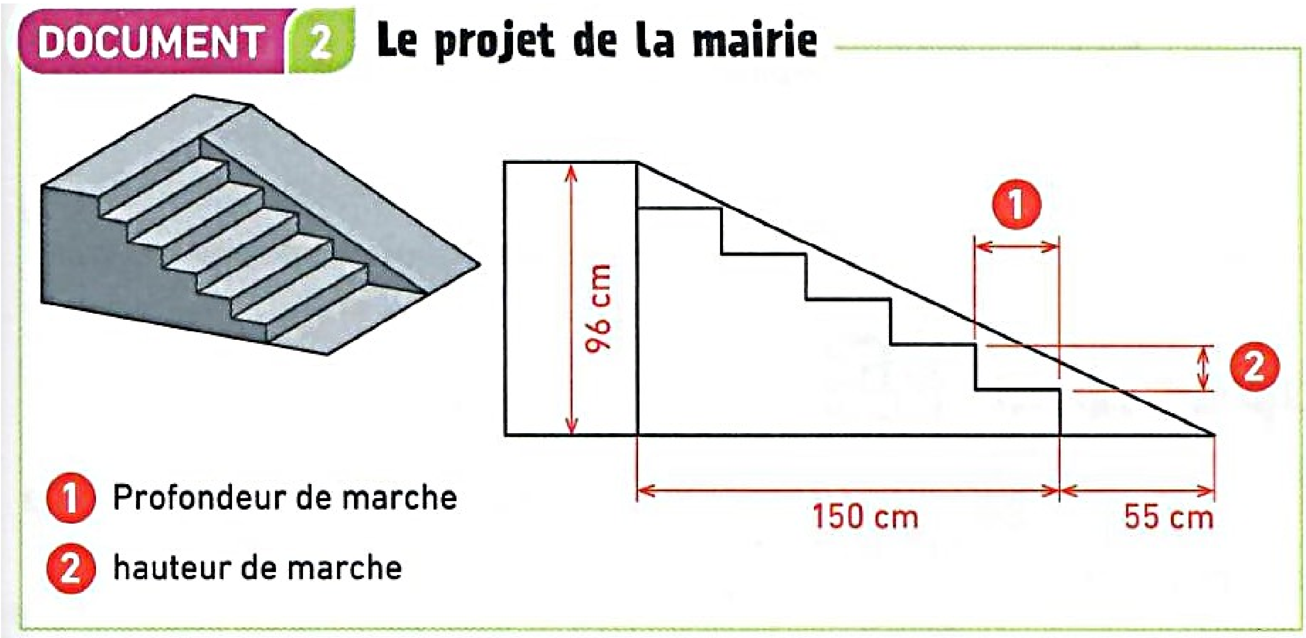
Le projet répond-il aux normes de sécurité et aux demandes des usagers ?

DOCUMENT 1 Demandes des usagers

- La longueur du plan incliné doit idéalement être comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
- L'angle formé par le plan incliné avec le sol doit être plus grand que 20°, mais plus petit que 30°.

DOCUMENT 3 Normes de sécurité

Lors de la construction d'un escalier, la quantité $2h + p$ (où h est la hauteur d'une marche en centimètre et p est la profondeur d'une marche en centimètre) doit être comprise entre 60 et 65 inclus.



Vérifions que $60 \leq 2h + p \leq 65$

D'après le schémas, $h = \dfrac{96}{6} = 16$ et $p = \dfrac{150}{5} = 30$.

$2h + p = 2 \times 16 + 30 = 62$. On a bien $60 \leq 2h + p (= 62) \leq 65$. Les normes de sécurité sont respectées.

Calculons la longueur du plan.

On voit que la longueur du plan est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les 2 autres côtés mesurent 96 cm et 150 + 55 = 205 cm.

Dans ce triangle rectangle, le théorème de Pythagore donne :

$$\text{longueur de l'hypothénuse}^2 = 96^2 + 205^2 = 51241$$

$$\text{d'où longueur de l'hypothénuse} = \sqrt{51241} \approx 226,36\text{cm} \approx 2,26\text{m}.$$

La longueur du plan incliné est comprise entre 2,20 m et 2,50 m.

Calculons l'angle formé par le plan incliné avec le sol, on note cet angle α.

Dans le même triangle rectangle que ci-dessus, on a : $\tan\alpha = \dfrac{96}{205}$

D'où $\alpha = \arctan\dfrac{96}{205} \approx 25,1$

L'angle formé par le plan incliné avec le sol est plus grand que 20°, et plus petit que 30°.

Le projet respecte les normes de sécurité et les demandes des usagers.

Exercice n°6 (14 points)

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. *Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.*

   Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

   Faisons le calcul : $(1-3)^2 = (-2)^2 = 4$.

2. *Tidjane choisit le nombre* -5 *et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?*

   Calcul : $(-5)^2 + 3 \times (-5) + 7 = 25 + (-15) + 7 = 17$. Tijane obtient 17.

3. *Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Elle a saisi dans la cellule B2 la formule suivante :* $=(B1-3)\hat{}2$.

Quelle formule a-t-elle saisie ensuite dans la cellule B3 ?

La formule est : $=(B1)\hat{}2 + 3 \times B1 + 7$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

4. *Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.*

   a) *Montrer que le résultat du programme A en fonction de* x *peut s'écrire sous forme développée et réduite :* $x^2 - 6x + 9$

   Le programme est : $(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$ (identité remarquable).

   b) *Écrire le résultat du programme B en fonction de x.*

   Le résultat est : $x^2 + 3 \times x + 7$.

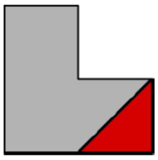
c) *Trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat.*

Il suffit de résoudre l'équation suivante

$$\begin{aligned}
x^2+3\times x+7 &= x^2-6\times x+9\\
x^2+3\times x+7-x^2 &= x^2-6\times x+9-x^2\\
3\times x+7 &= -6\times x+9\\
3\times x+7+6\times x &= -6\times x+9+6\times x\\
9\times x+7-7 &= 9-7\\
x &= \tfrac{2}{9}
\end{aligned}$$

Les 2 programmes donnent le même résultat avec $\dfrac{2}{9}$

Exercice n°7 (14 points)

Dans cet exercice le motif de base est :  *(Voir Annexe2)*

1. ***Pour chacune des réponses vous donnerez les éléments caractéristiques** de la transformation (centre, axe, angle etc. …)*

   a) *Par quelle transformation la figure ② est-elle l'image de la figure ① ?*

   La figure ② est l'image de la figure ① par la translation qui transforme A en H (ou B en E).

   b) *Par quelle transformation la figure ④ est-elle l'image de la figure ① ?*

   La figure ④ est l'image de la figure ① par la symétrie centrale par rapport à A (ou la rotation de centre A et d'angle 180).

   c) *Par quelle transformation la figure ③ est-elle l'image de la figure ① ?*

   La figure ③ est l'image de la figure ① par la symétrie axiale par rapport à (AB).

   d) *Par quelle transformation la figure ⑤ est-elle l'image de la figure ① ?*

   La figure ⑤ est l'image de la figure ① par la rotation de centre H, d'angle 90° et dans le sens anti-horaire.

2. *Sur la figure de l'annexe 2.* Toute cette partie est sur l'annexe.

   a) *Représenter l'image de la figure ④ par la translation qui transforme A en C.*

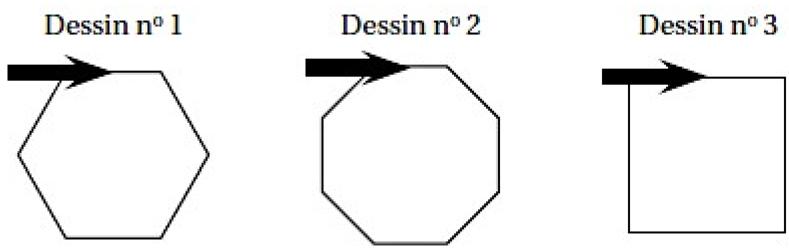
   b) *Représenter l'image de la figure ⑥ par la rotation de centre G, de 90° dans le sens horaire.*

   c) *Représenter l'image de la figure ② par l'homothétie de centre D et de rapport 3.*

Exercice n°8 (8 points)

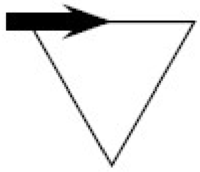
Dans les figures de cet exercice la flèche indique la position et l'orientation du lutin au départ.

1. *Indiquer sur votre copie le numéro du dessin correspondant au script ci-dessous.*



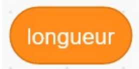
Le script réalise la figure 1.

2. *Quelles valeurs faut-il donner à A et B pour que le script ci-dessous permette de réaliser la figure ci-contre.*

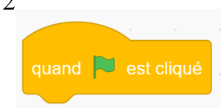


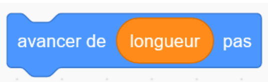
Il faut remplacer A par 3 et B par 120.

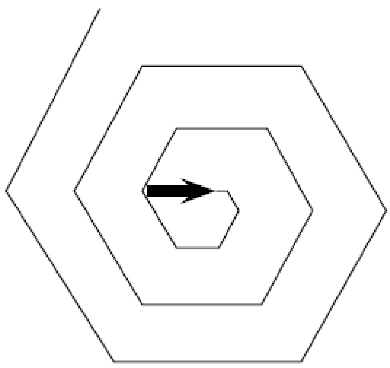
3. *Indiquer dans quel ordre il faut placer les instructions ci-dessous (mettre les numéros sur la copie) pour que le script permette de réaliser la figure suivante :*

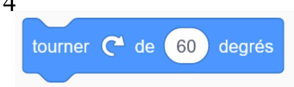
Pour ce script, on a créé la variable  .

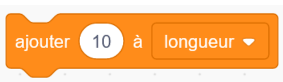
n°1

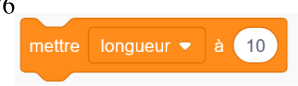

n°2


n°3




n°4


n°5


n°6


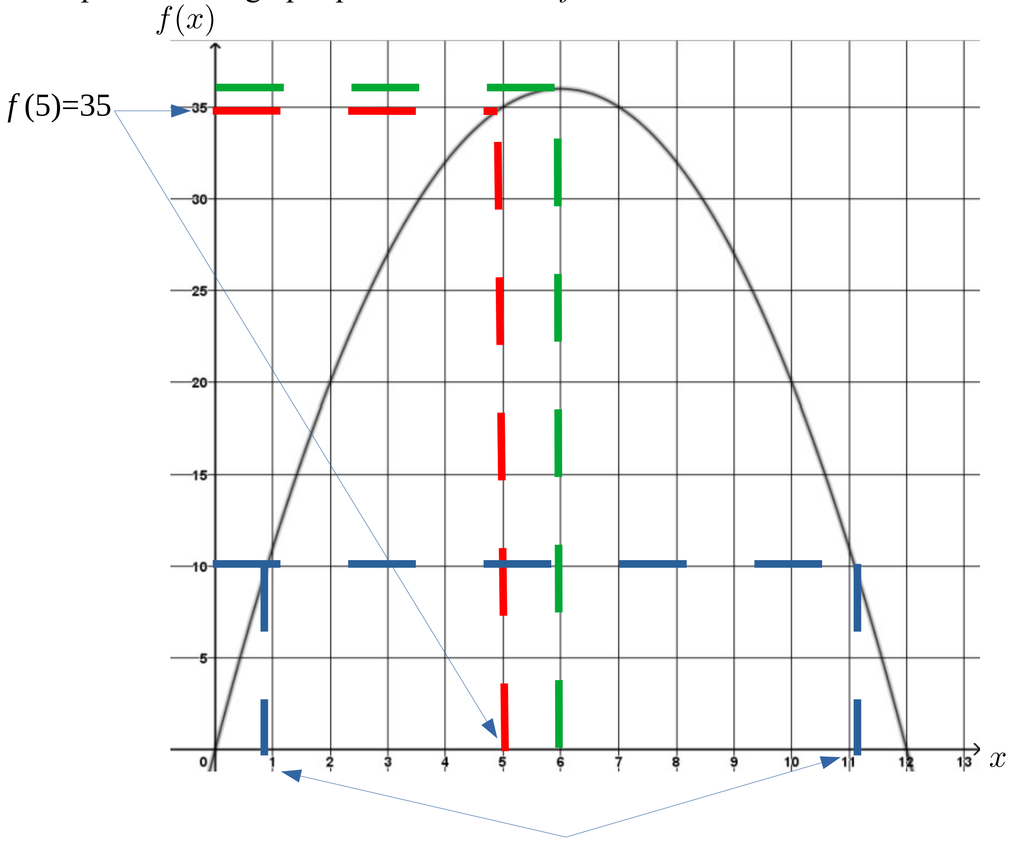
n°7


L'ordre est : 2 – 6 – 7 – 1 – 3 – 4 – 5.

ANNEXES – A rendre avec la copie -

Numéro du candidat : ………………...

Annexe 1 : (pour l'exercice 3)
Voici la représentation graphique de la fonction *f*.



Antécedents de 10 pour *f* : environ 0,9 et 11,1

Annexe 2 : (pour l'exercice 7)