

SESSION JANVIER 2023

Collège Val du Gy

Éléments de correction

<p>Épreuve de MATHÉMATIQUES SÉRIE GÉNÉRALE</p> <p><i>Durée de l'épreuve : 2h00</i></p>
--

Le candidat répond sur une copie modèle Éducation Nationale.

Le sujet comporte **6** pages numérotées **1/6 à 6/6**.
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée selon la législation en vigueur.
L'usage du dictionnaire ou autres documents que les sujets n'est pas autorisé.

Exercice n°1	14 points
Exercice n°2	6 points
Exercice n°3	20 points
Exercice n°4	18 points
Exercice n°5	8 points
Exercice n°6	16 points
Exercice n°7	18 points

- Sujet réalisé à partir de sujets réels de brevet -



*Les éléments de correction sont disponibles sur le site du collège,
rubrique Enseignements, Mathématiques, Brevet des Collèges
<http://college.valdugy.free.fr/?article29>*

Indication portant sur l'ensemble du sujet

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Outre la présentation, la qualité, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (14 points)

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Dans chaque cas, une seule réponse est correcte. Aucun point ne sera retiré en cas de mauvaise réponse.

Pour chacune des questions, écrire sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre de la bonne réponse.

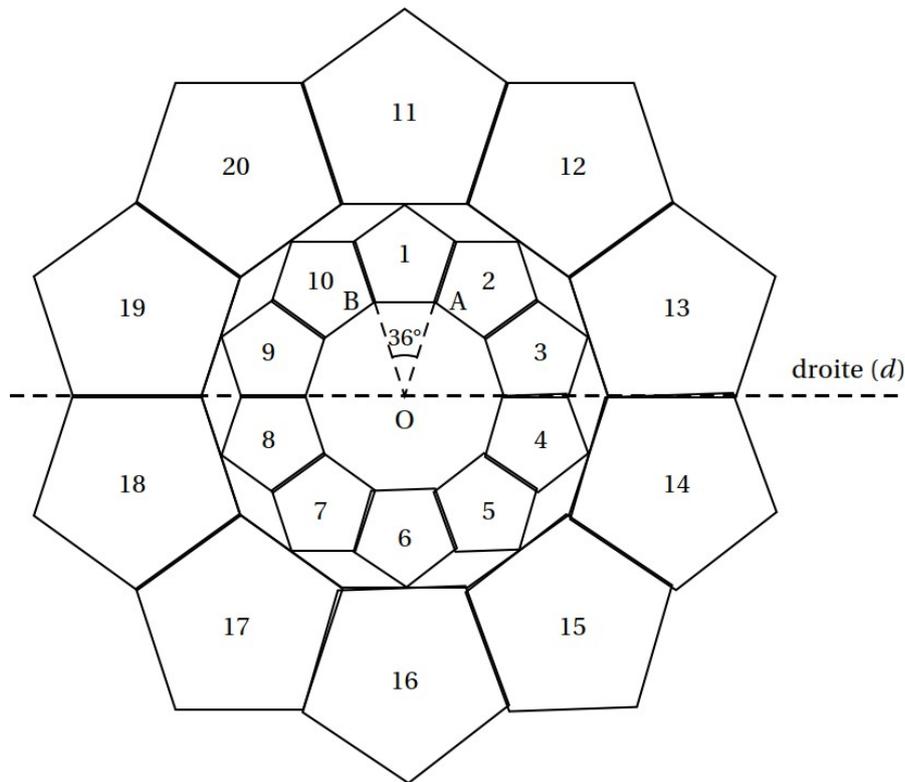
Aucune justification n'est attendue.

Partie 1

n°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le produit de 18 facteurs égaux à -8 s'écrit :	-8^{18}	$(-8)^{18}$	$18 \times (-8)$
2	La longueur en cm du côté d'un carré d'aire 35 cm^2 est égale à :	35^2	$\frac{35}{4}$	$\sqrt{35}$
3	L'expression $3x - (2x - 5)$ est égale à :	$-x + 5$	9	$x + 5$
4	La solution de l'équation $3x + 7 = 5x - 7$ est :	0	7	-7
5	Ce nombre n'est pas premier :	139	142	149

Partie 2

On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, et avec $\widehat{AOB} = 36^\circ$.



n°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
6	L'image du motif 20 par la symétrie d'axe (d) est :	le motif 17	le motif 15	le motif 12
7	L'image du motif 7 par la symétrie de centre O est :	le motif 10	le motif 2	le motif 5

Exercice 2 (6 points)

Calculer en détail la valeur des expressions ci-dessous : on donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

simplification du produit prioritaire réduction au même dénominateur $2 \times 5 = 10$

$$A = \frac{5}{2} - \frac{15}{6} \times \frac{21}{25} = \frac{5}{2} - \frac{21}{10} = \frac{25-21}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{2} - \frac{15}{6} \times \frac{21}{25}$$

A la calculatrice

$\frac{2}{5}$

parenthèses prioritaires : réduction au même dénominateur plutôt que de multiplier réduction de la somme au même dénominateur : $2 \times 7 = 7 \times 2 = 14$

$$B = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \times \left(\frac{10}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{11}{2} = \frac{10+11}{14} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2} \right)$$

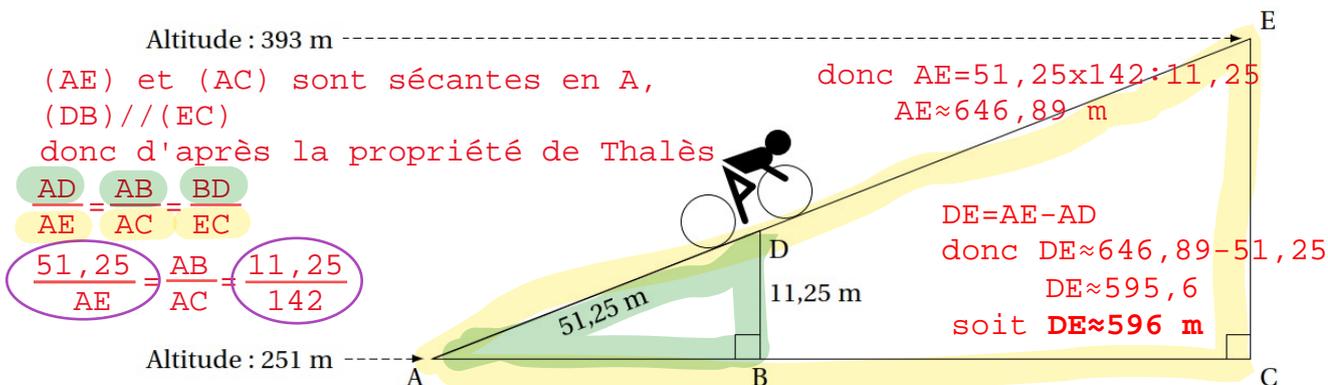
$\frac{3}{2}$

Exercice 3 (20 points)

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.

Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires.

Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.

AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

Grâce aux altitudes, EC = 393 - 251 donc **EC = 142 m**

- Justifier que le dénivelé qu'Aurélié aura effectué, c'est-à-dire la hauteur EC, fait 142 m.
- a. Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.
b. Montrer que la distance qu'Aurélié doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m. Voir sur schéma.

	vitesse	parcours
distance (m)	8000	596
temps (min)	60	?

$$596 \times 60 / 8000 = 4,47$$

- On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.

Sachant qu'Aurélié roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E? Arrondir à la minute.

Aurélié met 4,47 min donc **arrivera à 9h59**.

- La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}$$

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélié est de 22,5 %.

$$p = \frac{EC}{AC} = \frac{142}{AC} \text{ ou } \frac{DB}{AB} = \frac{11,25}{AB}$$

Dans le triangle ABD rectangle en B d'après la propriété de Pythagore,

$$AD^2 = AB^2 + DB^2$$

$$51,25^2 = AB^2 + 11,25^2$$

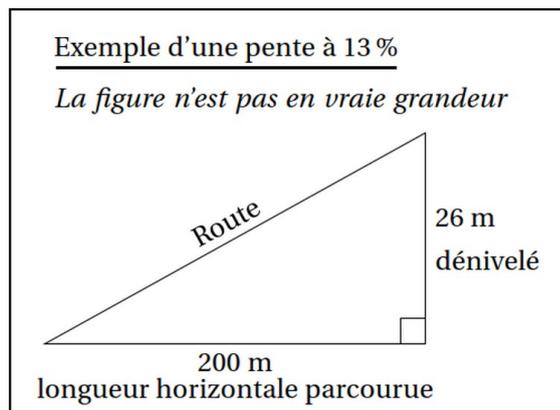
$$AB^2 = 51,25^2 - 11,25^2$$

$$AB^2 = 2500$$

$$\text{donc } AB = 50 \quad \sqrt{\quad}$$

$$\text{donc } p = \frac{11,25}{50} = \frac{22,50}{100} \quad (\text{ou } 0,225)$$

donc **la pente fait 22,5%**.



Exercice 4 (18 points)

Ophélie : Oh ! On voit que la pêche a été bonne !
Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché ?

Émeline : En tout, je vais pouvoir vendre au marché 40 poissons et 140 coquillages.

Émeline est pêcheur professionnel. Elle veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons. Elle souhaite concevoir le plus grand nombre possible de **paniers tous identiques**. Enfin, elle voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson.

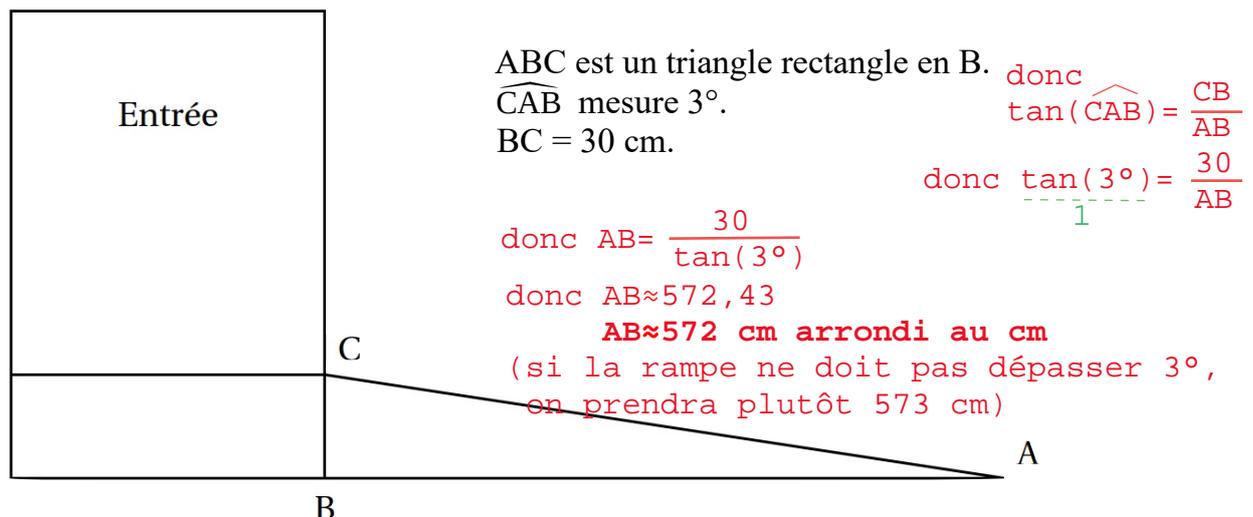
1. Combien de paniers au maximum Émeline pourra-t-il concevoir ?
2. Quelle sera alors la composition de chaque panier ?

1. Décomposition en facteurs premiers à la calculatrice (touche Decomp) :
 $40 = 2^3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$
donc $2^2 \times 5 = 20$ est plus grand diviseur commun à 40 et 140
donc **Emeline peut faire 20 paniers.**

2. $40 = 20 \times 2$ et $140 = 20 \times 7$
donc **chaque panier contiendra 2 poissons et 7 coquillages.**

Exercice 5 (8 points)

Un commerçant souhaite rendre son magasin plus accessible aux personnes en fauteuil roulant. Pour cela il s'est renseigné sur les normes et a décidé d'installer une rampe avec une pente douce de 3 degrés, comme indiqué sur le schéma suivant.



Pour savoir où la rampe doit commencer par rapport à l'entrée du magasin, calculer la longueur AB, arrondie au centimètre.

Exercice 6 (16 points)

Voici un programme de calcul :

7	• Choisis un nombre	-2	x	
$3 \times 7 = 21$	• Prends en le triple	$-2 \times 3 = -6$	$3 \times x = 3x$	
$21 - 4 = 17$	• Soustrais 4 au résultat	$-6 - 4 = -10$	$3x - 4$	on développe
$17 \times 5 = 85$	• Multiplie le résultat par 5	$-10 \times 5 = -50$	$(3x - 4) \times 5 = 5(3x - 4)$	
			$= 5 \times 3x - 5 \times 4$	
			$= 15x - 20$	

$16,2 : 3 = 5,4$
 $12,2 + 4 = 16,2$
 $61 : 5 = 12,2$
 61
 on fait le programme à l'envers

1. Appliquer le programme à 7 et -2.
2. On appelle x le nombre choisi.
Montrer que le résultat du programme peut alors s'écrire $15x - 20$.
3. Déterminer pour quelle valeur de x le programme donnera comme résultat 61. ou
4. Résoudre l'équation $15x - 20 = 7x - 1$.

$$\begin{aligned}
 15x - 20 &= 7x - 1 \\
 15x - 7x - 20 &= -1 \\
 8x - 20 &= -1 \\
 8x &= -1 + 20 \\
 8x &= 19 \\
 x &= 19 : 8 \\
 x &= 2,375
 \end{aligned}$$

La solution est $2,375$.

on résout l'équation :

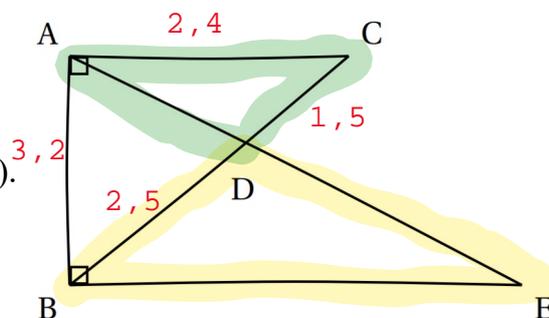
$$\begin{aligned}
 15x - 20 &= 61 \\
 15x &= 61 + 20 \\
 15x &= 81 \\
 x &= 81 : 15 \\
 x &= 5,4
 \end{aligned}$$

Exercice 7 (18 points)

Voici une figure codée réalisée à main levée :

On sait que :

- La droite (AB) est perpendiculaire aux droites (AD) et (EB).
- Les droites (AC) et (BE) sont parallèles.
- Les droites (AE) et (BC) se coupent en D.
- $AC = 2,4$ cm; $AB = 3,2$ cm; $BD = 2,5$ cm et $DC = 1,5$ cm.



1. Réaliser la figure en vraie grandeur sur la copie.
2. Prouver que $BE = 4$ cm.
3. Déterminer l'aire du triangle ABE.

$$\text{Aire} = \frac{AB \times BE}{2}$$

$$\text{Aire} = \frac{3,2 \times 4}{2}$$

$$\text{Aire} = 6,4 \text{ cm}^2$$

2. (AE) et (BC) sont sécantes en D, (AC) // (BE) donc d'après la propriété de Thalès

$$\frac{AD}{DE} = \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{BE}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{1,5}{2,5} = \frac{2,4}{BE}$$

$$\text{donc } BE = 2,4 \times 2,5 / 1,5$$

$$BE = 4 \text{ cm}$$