

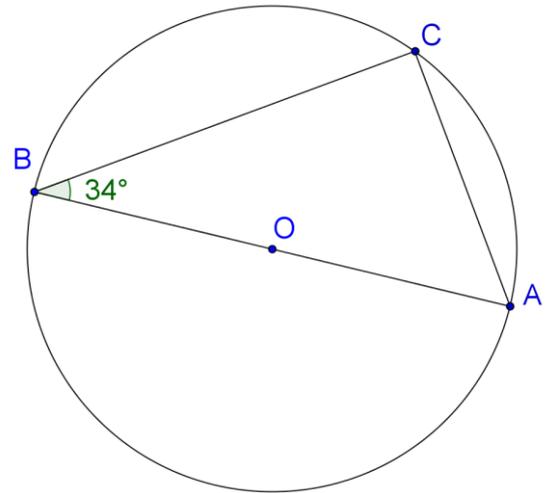
Contrôle de Mathématiques

La notation sera également déterminée par la qualité et la clarté de votre travail.

Exercice 1 :

Dans la figure ci-contre, $[AB]$ est un diamètre du cercle passant par le point C, et on donne : $\angle ABC = 34^\circ$.

- 1) Quelle est la nature du triangle ABC.
- 2) Quelle est la valeur de l'angle BAC ?
- 3) On donne $AB = 8$ cm. Calculer la longueur OC.
- 4) Soit D le symétrique de C par rapport au point O. Quelle est la nature du quadrilatère ADBC ? Justifier. (1 pas ou 4 pas selon la méthode choisie)

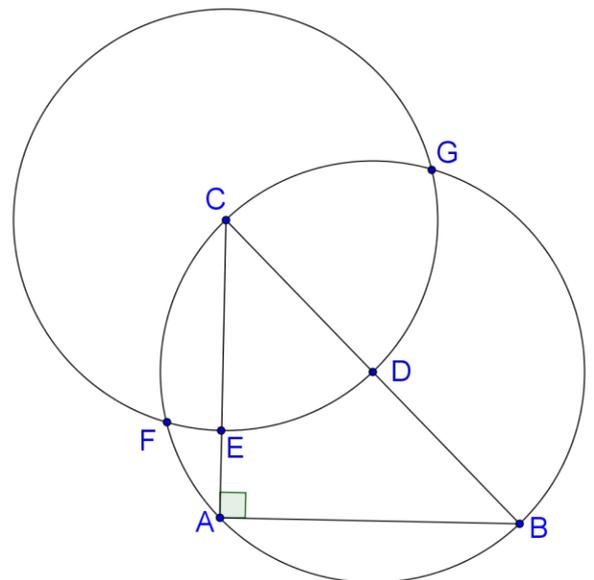
**Exercice 2 :**

- 1) Tracer un demi-cercle \mathcal{C} de diamètre $[RT]$ mesurant 5 cm.
Le point S appartient au demi-cercle \mathcal{C} et $RS = 2$ cm.
Le point E est le symétrique du point T par rapport au point S.
Le point I est le symétrique du point T par rapport au point R.
- 2) a) Quelle est la nature du triangle TRS ? Justifier.
b) Que représente la droite (SR) pour le segment $[TE]$?
Quelle est la nature du triangle TRE ? Justifier.
c) Que représente la droite (ER) pour le triangle ETI ?
Quelle est la nature du triangle ETI ? Justifier.

Exercice 3 :

On donne la figure suivante avec pour seule information supplémentaire : $AD = 5$ cm.

- 1) Calculer la longueur de l'hypoténuse $[BC]$.
- 2) Calculer la longueur du rayon $[CF]$.
- 3) Déterminer la nature du triangle CDF.
- 4) Déterminer la nature du triangle BCF.
- 5) Calculer la longueur BF.
- 6) Calculer l'aire du triangle BCF.



Contrôle de Mathématiques – CORRIGE – M. QUET

Exercice 1 : $[AB]$ diamètre du cercle passant par C, et $\angle ABC = 34^\circ$.

- 1) **On sait que** les points A, B et C sont sur un cercle de diamètre $[AB]$

Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle ABC est rectangle en C et $(AC) \perp (BC)$.

- 2) **On sait que** le triangle ABC est rectangle en C, $\angle ABC = 34^\circ$.

Propriété : La somme des angles d'un triangle vaut 180° .

Donc : $\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ$

$$34 + \angle BAC + 90 = 180$$

$$\angle BAC + 124 = 180$$

$$\angle BAC = 180 - 124 = 56^\circ$$

- 3) **On sait que** ABC est rectangle en C et $AB = 8$ cm.

Propriété : Si un triangle est rectangle, la médiane relative à son hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de son hypoténuse.

Donc $OC = \frac{1}{2} AB = \frac{8}{2} = 4$ cm.

- 4) **On sait que** D le symétrique de C par rapport au point O.

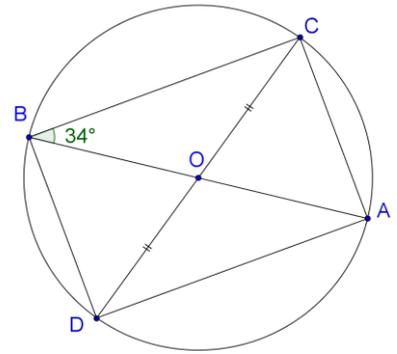
Propriété : Si un deux points sont symétriques par rapport à un centre de symétrie, ce centre de symétrie est le milieu du segment formé par ces deux points.

Donc O est le milieu du segment $[CD]$ et $[CD]$ est un diamètre du cercle.

On sait que les diagonales $[AB]$ et $[CD]$ du quadrilatère AD BC sont des diamètres de même longueur qui se coupent en leur milieu O centre du cercle.

Propriété : Si les diagonales d'un quadrilatère sont de même longueur et se coupent en leur milieu, ce quadrilatère est un rectangle.

Donc AD BC est un rectangle.

**Exercice 2 :**

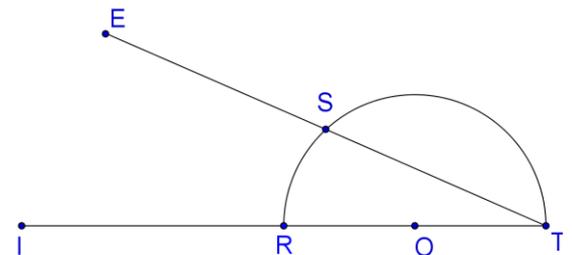
- 1) Demi-cercle \mathcal{C} de diamètre $[RT]$ mesurant 5 cm.

Le point S appartient au demi-cercle \mathcal{C} et $RS = 2$ cm.

Le point E est le symétrique du point T par rapport au point S.

Le point I est le symétrique du point T par rapport au point R.

- 2) **On sait que** les points R, S et T sont sur un cercle de diamètre $[RT]$



Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle RST est rectangle en S et $(RS) \perp (TE)$.

- 3) **On sait que** le point E est le symétrique du point T par rapport à S.

Propriété : Si un deux points sont symétriques par rapport à un centre de symétrie, ce centre de symétrie est le milieu du segment formé par ces deux points.

Donc le point S est le milieu du segment $[TE]$.

On sait que le point S est le milieu du segment $[TE]$ et $(RS) \perp (TE)$.

Propriété : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Donc la droite (RS) est la médiatrice de $[TE]$.

4) On sait que la droite (RS) est la médiatrice de [TE].

Propriété : La médiatrice d'un segment est l'ensemble de tous les points à égale distance des extrémités de ce segment.

Donc $RT = RE$.

On sait que $RT = RE$.

Propriété : Si un triangle possède deux côtés de même longueur, il est isocèle.

Donc le triangle TRE est isocèle en R.

5) On sait que le point I est le symétrique du point T par rapport à R.

Propriété : Si deux points sont symétriques par rapport à un centre de symétrie, ce centre de symétrie est le milieu du segment formé par ces deux points.

Donc le point R est le milieu du segment [TI].

On sait que R est le milieu du segment [TI].

Propriété : La médiane d'un triangle passe par un sommet et le milieu du côté opposé.

Donc la droite (ER) est une médiane du triangle ETI.

6) On sait que le point R est le milieu du segment [TI] et le point E est le milieu du segment [TE].

Propriété : Si une droite passe par le milieu de deux côtés d'un triangle, elle est parallèle au 3^{ème} côté.

Donc $(SR) \parallel (EI)$.

On sait que $(SR) \parallel (EI)$ et $(RS) \perp (TE)$.

Propriété : Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc $(EI) \perp (TE)$ et le triangle ETI est rectangle en E.

Exercice 3 : Sur la figure suivante : $AD = 5$ cm et C et D sont les centres des deux cercles.

1) On sait que ABC est un triangle rectangle en A de médiane [AD].

Propriété : Si un triangle est rectangle, la médiane relative à son hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de son hypoténuse.

Donc $AD = \frac{1}{2}BC$ et $BC = 2 \times AD = 2 \times 5 = 10$ cm.

2) On sait que [CD] et [CF] sont des rayons du cercle de centre C,

et [DC] est un rayon du cercle de centre D et de rayon 5 cm.

Propriété : Tous les rayons du cercle sont de même longueur.

Donc $CF = CD = 5$ cm.

3) On sait que $CF = CD = 5$ cm.

Propriété : Si un triangle possède deux côtés de même longueur, il est isocèle.

Donc le triangle CDF est isocèle en C.

4) On sait que les points B, C et F sont sur un cercle de diamètre [BC].

Propriété : Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle BCF est rectangle en F.

5) Dans le triangle BCF rectangle en F : On sait que $BC = 10$ cm et $CF = 5$ cm.

D'après le théorème de Pythagore :

$$BF^2 + CF^2 = BC^2$$

$$BF^2 + 5^2 = 10^2$$

$$BF^2 + 25 = 100$$

$$BF^2 = 100 - 25 = 75$$

$$BF = \sqrt{75} \approx 8,7 \text{ cm.}$$

6) On sait que le triangle BCF est rectangle en F, $CF = 5$ cm, $BF = 8,7$ cm :

$$A_{BCF} = \frac{BF \times CF}{2} = \frac{8,7 \times 5}{2} = 21,75 \text{ cm}^2$$

