

œ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU œ

Spécialité « Mathématiques » – Sujet 3 – 2021

Classe de première – 2 heures

A. P. M. E. P.

Exercice 1

5 points

Ce questionnaire à choix multiples (QCM) comprend cinq questions indépendantes.  
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.  
Pour chaque question, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.  
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou l'absence de réponse ne rapporte ni ne retire de point.

Question 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = x^2 + x + 1$ .

Cette fonction est dérivable sur  $\mathbf{R}$ . Sa fonction dérivée  $f'$  est donnée sur  $\mathbf{R}$  par :

- a.  $f'(x) = x + 1$       b.  $f'(x) = 2x + 1$       c.  $f'(x) = 2x$       d.  $f'(x) = 2x^2 + x$

Question 2

La somme  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{10}$  est égale à :

- a.  $2^{10} - 1$       b.  $2^{10}$       c.  $2^{11} - 1$       d.  $2^{11}$

Question 3

On considère l'équation  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .

On note  $S$  la somme des racines de cette équation et  $P$  leur produit.

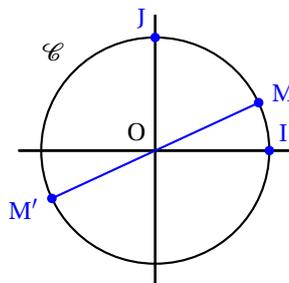
Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- a.  $S = 2$  et  $P = -8$       b.  $S = -2$  et  $P = -8$       c.  $S = -2$  et  $P = 8$       d.  $S = 2$  et  $P = 8$

Question 4

On désigne par  $\mathcal{C}$  le cercle trigonométrique.

Soit  $x$  un réel strictement positif et  $M$  le point de  $\mathcal{C}$  associé au réel  $x$ .



Alors le point  $M'$ , symétrique de  $M$  par rapport à  $O$ , est associé au réel :

- a.  $-x$       b.  $\pi + x$       c.  $\pi - x$       d.  $-\pi - x$

**Question 4**

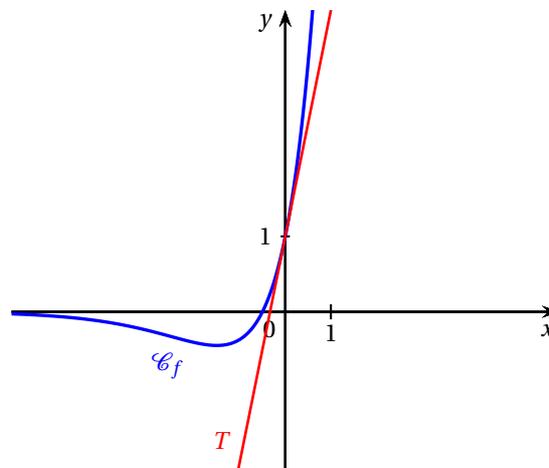
Parmi les égalités suivantes, laquelle est vraie pour tout réel  $x$ ?

- a.  $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$                       b.  $\sin(-x) = \sin(x)$   
 c.  $\cos(-x) = -\cos(x)$                       d.  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 2$

**Exercice 2****5 points**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = (2x + 1)e^{-x}$ .

Sur le graphique ci-dessous, sont tracées la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$ , et la droite  $T$ , tangente à cette courbe au point d'abscisse 0.



- Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}_f$  avec l'axe des abscisses.
- Montrer que, pour tout  $x$  réel, que  $f'(x) = (2x + 3)e^{-x}$ .
- Dresser le tableau de signes de  $f'(x)$  sur  $\mathbf{R}$ , puis préciser les variations de  $f$  sur  $\mathbf{R}$ .
- Déterminer l'équation réduite de la tangente  $T$ .
  - Justifier graphiquement que, pour tout réel  $x$ , on a :  $(2x + 1)e^{-x} \geq 3x + 1$ .

**Exercice 3****5 points**

Dans une école d'ingénieurs, certains étudiants s'occupent de la gestion des associations comme par exemple le BDS (bureau des sports).

Sur les cinq années d'études, le cycle « licence » dure les trois premières années, et les deux dernières années sont celles du cycle de « spécialisation ».

On constate que, dans cette école, il y a 40 % d'étudiants dans le cycle « licence » et 60 % dans le cycle de « spécialisation ».

- Parmi les étudiants du cycle « licence », 8 % sont membres du BDS;
- Parmi les étudiants du cycle de « spécialisation », 10 % sont membres du BDS.

On considère un étudiant de cette école choisi au hasard, et on considère les événements suivants :

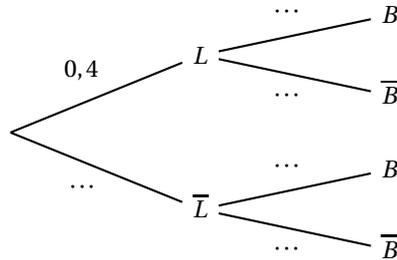
$L$  : « L'étudiant est dans le cycle licence » ;  $\bar{L}$  est son événement contraire.

$B$  : « L'étudiant est membre du BDS » ;  $\bar{B}$  est son événement contraire.

La probabilité d'un événement  $A$  est notée  $P(A)$ .

**Partie A**

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré modélisant la situation.



2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit en cycle « licence » et membre du BDS.
3. En utilisant l'arbre pondéré, montrer que  $P(B) = 0,092$ .

**Partie B**

Le BDS décide d'organiser une randonnée en montagne. Cette sortie est proposée à tous les étudiants de cette école mais le prix qu'ils auront à payer pour y participer est variable. Il est de 60 € pour les étudiants qui ne sont pas membres du BDS, et de 20 € pour les étudiants qui sont membres du BDS.

On désigne par  $X$  la variable aléatoire donnant la somme à payer pour un étudiant qui désire faire cette randonnée.

1. Quelles sont les valeurs prises par  $X$  ?
2. Donner la loi de probabilité de  $X$ , et calculer l'espérance de  $X$ .

**Exercice 4****5 points**

Bob s'est fixé un objectif : participer à un marathon qui aura lieu très bientôt dans sa ville. Pour cela, il désire programmer sa préparation au marathon de la manière suivante :

- lors du premier entraînement, il décide de courir 20 km ;
- il augmente ensuite, à chaque entraînement, la distance à courir de 5 %.

On peut modéliser la distance parcourue lors de ses entraînements par une suite  $(d_n)$ , où, pour tout entier naturel  $n$  non nul, le nombre  $d_n$  désigne la distance à courir en kilomètre, lors de son  $n$ -ième entraînement.

On a ainsi  $d_1 = 20$ .

1. Calculer  $d_2$ , puis vérifier que  $d_3 = 22,05$ .
2. Pour tout entier naturel  $n$  non nul, exprimer  $d_{n+1}$  en fonction de  $d_n$ .
3. Justifier que, pour tout entier naturel  $n \geq 1$ ,  $d_n = 20 \times 1,05^{n-1}$ .
4. Quelle distance, arrondie à 1 m près, va courir Bob lors de son 10<sup>e</sup> entraînement ?
5. La distance à courir lors d'un marathon est de 42,195 km. Bob estime qu'il sera prêt pour la course, s'il parvient à courir au moins 43 km lors d'un de ses entraînements.

Recopier et compléter le script suivant, écrit en langage Python, dont la valeur de  $n$ , après exécution de ce script, est le nombre minimal d'entraînements permettant à Bob d'être prêt pour le marathon.

```

n = 1
d = 20
while ..... :
    n = .....
    d = 1.05*d
```