∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾
série technologique e3c Corrigé du n° 3 année 2020

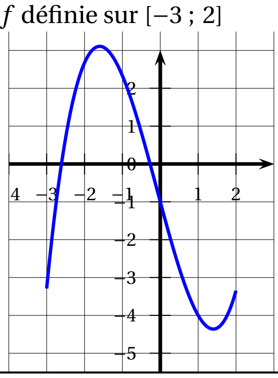
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

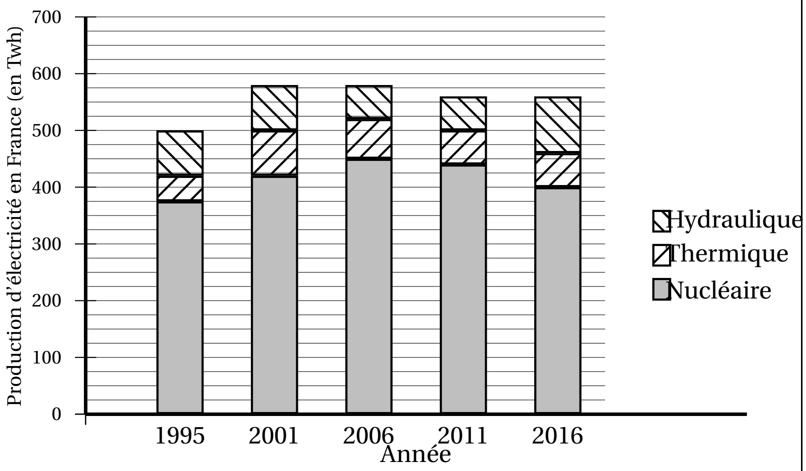
PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Pour chaque affirmation une seule des 4 réponses proposées est exacte.
Reporter la lettre de la réponse choisie en « Réponse ».

	Énoncé	**Réponse**
1.	Le plan étant muni d'un repère, la droite d'équation $y = 2x - 2,5$ par le point A d'ordonnée 0 et d'abscisse : **a.** $-2,5$ **b.** $1,5$ **c.** $-1,25$ **d.** $\dfrac{5}{4}$	On a à résoudre : $0 = 2x - 2,5$, soit $2x = 2,5$ ou $x = 1,25 = \dfrac{5}{4}$.
2.	Une diminution de 50 % est compensée par une augmentation de : **a.** 50 % **b.** 100 % **c.** 150 % **d.** 200 %	Diminuer de 50 %, revient à multiplier par 0,5. Il faut donc trouver x tel que $0,5 \times \left(1+\frac{x}{100}\right) = 1$, soit $1+\frac{x}{100} = 2$, ou $\frac{x}{100} = 1$ soit $x = 100\,\%$
3.	On considère une augmentation de 5 %, deux années consécutives. Le coefficient multiplicateur est : **a.** 1,05 **b.** 1,10 **c.** 1,102 5 **d.** 2,10	Augmenter de 5 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$. Augmenter deux fois revient à multiplier par $1,05^2 = 1,1025$
4.	Le prix d'un survêtement est passé de 40 € à 30 € entre juin 2019 et juillet 2019. Sachant que l'indice du prix de ce survêtement était 80 en juin 2019, son indice en juillet 2019 est : **a.** 70 **b.** 75 **c.** 90 **d.** 60	L'indice étant le double du prix, la réponse est 60.
5.	Selon une enquête de l'INSEE sur la production de déchets non dangereux dans le commerce en 2016, 75 % des déchets non dangereux du commerce ont été triés en 2016 et 3 % des déchets triés du commerce en 2016 ont été mis en décharge. En 2016, le pourcentage de déchets du commerce qui ont été triés et mis en décharge est : **a.** 2,25 % **b.** 78 % **c.** 39 % **d.** 25 %	Le pourcentage de déchets du commerce qui ont été triés et mis en décharge est : $\dfrac{3}{100} \times \dfrac{75}{100} = \dfrac{225}{10000}$: $\dfrac{2,25}{100}$, donc 2,25 %.
6.	Lors de deux évolutions $\text{CM} = (1+t)^2$. Alors : **a.** $t = \sqrt{\text{CM} - 1}$ **b.** $t = \sqrt{\text{CM}} - 1$ **c.** $t = \sqrt{1 - \text{CM}}$ **d.** $1 - \sqrt{\text{CM}}$	On a $1 + t = \sqrt{\text{CM}}$ ou $t = \sqrt{\text{CM}} - 1$.
7.	Pour tout réel x, $(1-2x)^2$ est égal à : **a.** $1-4x+2x^2$ **b.** $4x^2-4x+1$ **c.** $1-4x^2$ **d.** $1-2x^2$	$(1-2x)^2 = 1+4x^2-4x$.
8.	L'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $-2x+6$ est négatif est : **a.** $[3\,;\,+\infty[$ **b.** $]-\infty\,;\,3]$ **c.** $[-3\,;\,+\infty[$ **d.** $]-\infty\,;\,-3]$	On a $-2x+6 \leqslant 0$, puis $6 \leqslant 2x$ et $3 \leqslant x$. Donc $S = [3\,;\,+\infty[$.
9.	On donne la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-3\,;\,2]$ L'équation $f(x) = 0$ admet : **a.** une solution négative ; **b.** deux solutions positives ; **c.** deux solutions négatives ; **d.** une solution positive et une solution négative. 	Il y a visiblement deux solutions négatives.

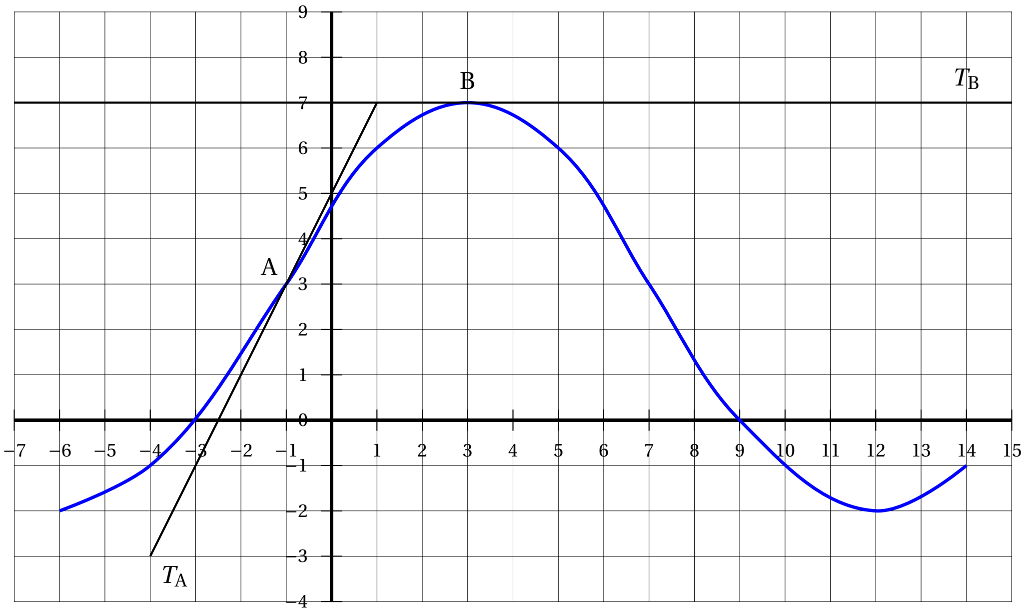
	Énoncé	**Réponse**
10	Le diagramme en barres ci-dessous donne la production brute d'électricité, en Twh (térawatt-heure) selon son origine (source : INSEE).  Indiquer la seule proposition vraie : **A.** La quantité d'électricité d'origine hydraulique a diminué entre 2011 et 2016. **B.** La quantité d'électricité d'origine hydraulique était de 575 Twh en 2006. **C.** La quantité d'électricité d'origine nucléaire n'a pas cessé de diminuer entre 2001 et 2016. **D.** La quantité d'électricité d'origine thermique était d'environ 40 Twh en 1995.	Seule la proposition D est vraie.

Partie II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-6 ; 14]$.
La droite T_{A} est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
La droite T_{B} est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B.



Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer $f(3)$ et $f'(3)$.
On lit $f(3) = 7$ et $f'(3) = 0$.

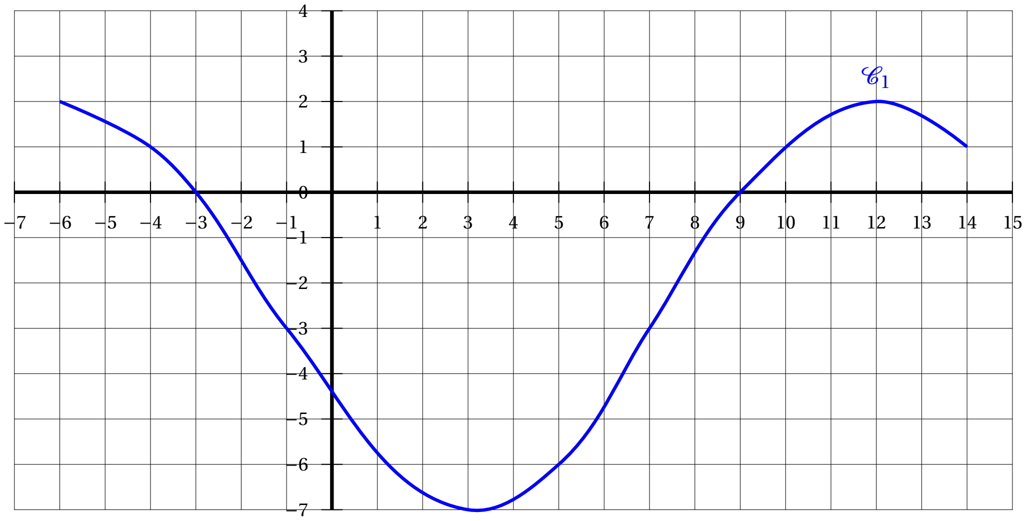
2. Déterminer $f(-1)$ et $f'(-1)$.
On lit $f(-1) = 3$ et $f'(-1) = \dfrac{4}{2} = 2$.

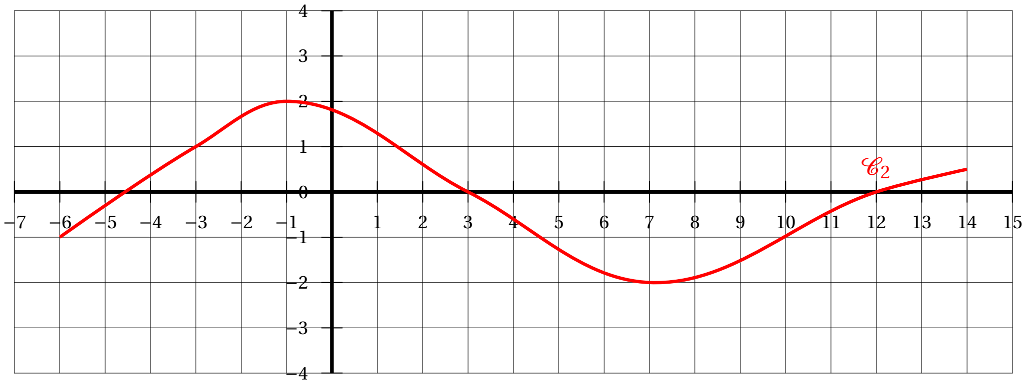
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 6$.
On lit $S = \{1~;~5\}$.

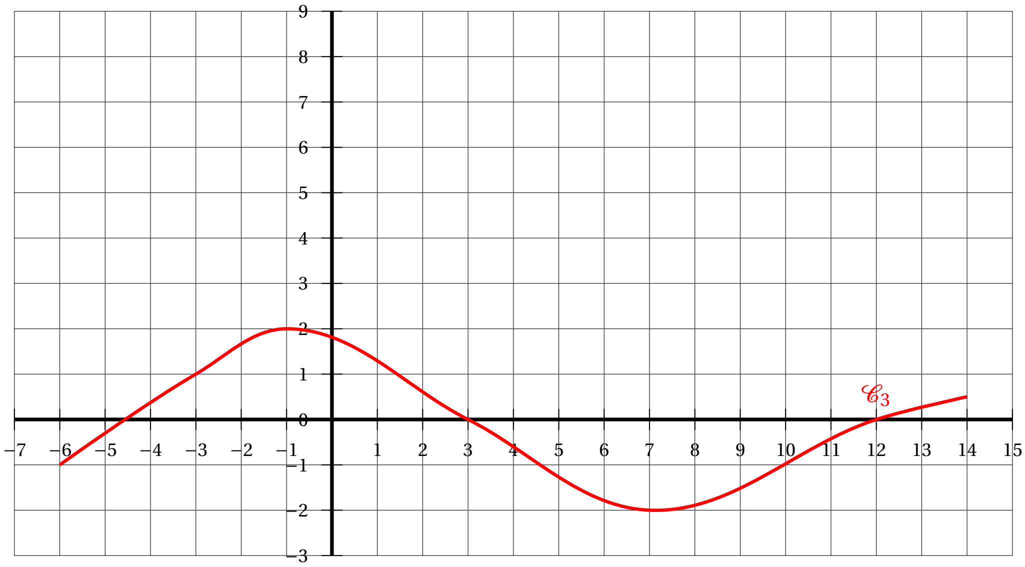
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-6~;~14]$ en y faisant figurer le signe de $f'(x)$.

x	-6		3		12		14
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	-2	↗	7	↘	-2	↗	-1

5. Une seule des trois courbes suivantes peut être la représentation graphique de f', la fonction dérivée de la fonction f. Laquelle ? Justifier.
La dérivée doit être positive sur l'intervalle $[-6~;~-1]$: seule







Exercice 3 **5 points**

L'entreprise SAVEUR fabrique et commercialise de l'extrait de parfum. Elle est en capacité d'en produire jusqu'à 34 hectolitres par mois. On suppose que toute la production est vendue.
On modélise le coût de production mensuel, en centaines d'euros, de x hectolitres d'extrait de parfum par la fonction C définie par

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 240, \text{ où } x \in [0\ ;\ 34].$$

Chaque hectolitre d'extrait de parfum est vendu 80 centaines d'euros.

1. **a.** Calculer le coût de production mensuel et la recette réalisée par l'entreprise lorsqu'elle produit 6 hectolitres d'extrait de parfum dans le mois.

   On a $C(6) = 2 \times 6^2 + 12 \times 6 + 240 = 72 + 72 + 240 = 384$, soit 38 400 €.

   La recette est $R(6) = 80 \times 40 = 3\,200$, soit 320 000 €.

   b. L'entreprise réalise-t-elle un profit lorsqu'elle produit et vend 6 hectolitres d'extrait de parfum par mois ?

   Comme $R(6) > C(6)$, l'entreprise réalise un profit.

2. Démontrer que le bénéfice, en centaines d'euros, pour la vente de x hectolitres d'extrait de parfum, est donné par la fonction B définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 68x - 240.$$

   On a $B(x) = R(x) - C(x) = 80x - \left(2x^2 + 12x + 240\right) = 80x - 2x^2 - 12x - 240 = -2x^2 + 68x - 240$.

3. Justifier que, pour tout réel $x \in [0\ ;\ 34]$, $B(x) = (-2x + 8)(x - 30)$.

   Pour le trinôme $B(x)$, $\Delta = 68^2 - 4 \times 2 \times 240 = 4624 - 1920 = 2704 = 52^2$.

   Le trinôme a donc deux racines :
   $x_1 = \dfrac{-68 + 52}{-4} = \dfrac{-16}{-4} = 4$ et $x_2 = \dfrac{-68 - 52}{-4} = \dfrac{-120}{-4} = 30$.
   On a donc $B(x) = -2(x - 4)(x - 30) = (-2x + 8)(x - 30)$.

4. Étudier le signe de $B(x)$, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 34]$, et en déduire la quantité d'extrait de parfum à produire et à vendre pour que l'entreprise ne travaille pas à perte.

   Le trinôme est négatif sauf sur l'intervalle $]4 ; 30[$ où il est positif. On peut aussi faire un tableau de signes.

   Donc :
   - sur $[0 ; 4]$, $B(x) < 0$;
   - sur $]4 ; 30[$, $B(x) > 0$;
   - sur $[30 ; 34]$, $B(x) < 0$.

   L'entreprise ne travaille pas à perte en produisant entre 4 et 30 hectolitres.

5. Déterminer le montant, en euros, du bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise en vendant cet extrait de parfum.

B est dérivable sur $[0\,;\,34]$ et sur cet intervalle :

$B'(x) = -4x + 68$; or $B'(x) = 0 \iff x = \frac{68}{4} = 17$.

Donc $B'(17) = 0$ et $B(17) = 338$ est le maximum de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,34]$, ce qui correspond à un bénéfice de 33 800 €.

Exercice 4 **5 points**

L'annexe est à rendre avec la copie

Le tableau incomplet, en annexe, donne le nombre de salariés en France, en milliers, selon la catégorie et le type de contrôle de l'entreprise en 2015.

On peut traiter les questions 1. et 2. de façon indépendante.

1. **a.** En 2015, 66,8 % des salariés des ETI (entreprises de taille intermédiaire) font partie d'un groupe français.

Calculer le nombre de salariés des ETI de groupes français.

Le nombre de salariés des ETI de groupes français est égal à :

$\dfrac{66,8}{100} \times 3\,657 \times 1\,000 = 2\,442\,876$ salariés.

b. Compléter le tableau donné en annexe en arrondissant les résultats au millier près.

Voir l'annexe.

2. On choisit au hasard un salarié en 2015. On considère les évènements suivants :

F : « le salarié fait partie d'un groupe français » ;

M : « le salarié fait partie d'une PME ».

Dans cette question, les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-2}.

a. Calculer $P(F)$ et $P(M)$.

Il y avait environ 8 477 milliers de salariés dans les groupes français sur un total de 14 897 soit $P(F) = \dfrac{8\,477}{14\,897} \approx 0,569$.

De même $P(M) = \dfrac{4\,259}{14\,897} \approx 0,286$.

b. Calculer $P(F \cap M)$ et interpréter, dans le contexte de l'exercice, cette probabilité.

L'énoncé nous donne $P(F \cap M) = \dfrac{2\,255}{14\,897} \approx 0,151$.

Il y a à peu près 15 % de salariés français dans des PME.

c. Calculer $P_M(F)$ et interpréter, dans le contexte de l'exercice, cette probabilité.

On a $P_M(F) = \dfrac{P(M \cap F)}{P(M)} = \dfrac{0,151}{0,286} \approx 0,529$.

La probabilité de choisir un salarié français sachant u'il travaille dans une PME est environ 52,9 %.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Exercice 3 :

	Unités légales hors groupes	Groupes français	Sous contrôle d'un groupe étranger	Total
Grande entreprise (GE)	0	3 602	663	4 235
Entreprises de taille intermédiaire (ETI)	154	2 433	1 060	3 657
Petites et moyennes entreprises (PME) hors microentreprises	1 669	2 255	336	4 259
Microentreprises (MIC)	2 549	177	20	2 745
Total	4 373	8 477	2 047	14 897

Source : INSEE 2015