∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾ série technologique e3c Corrigé du n° 7 mai 2020

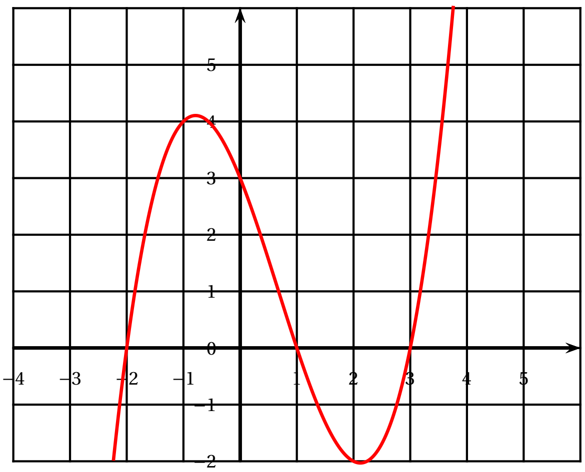
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes 5 points **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Pour chaque affirmation une seule des 4 réponses proposées est exacte.
Reporter la lettre de la réponse choisie en « Réponse » ».

	Énoncé	**Réponse**
	Pour les questions 1 et 2, on utilisera l'énoncé suivant : On note $T_F$la température en degrés Fahrenheit et T_C la température en degrés Celsius. On a la relation : $T_F = 1,8T_C + 32$.	
1.	Si $T_C = 30$, la valeur exacte de T_F est :	$T_F = 1,8 \times 30 + 32 = 54 + 32 = 86$
2.	Si $T_F = 50$, alors T_C est égale à :	$50 = 1,8T_C + 32$, donc $1,8T_C = 18$, d'où $T_C = 10$.
3.	Un objet coûte 45 €. Il augmente de 30 %. Quel est son nouveau prix?	Augmenter de 30 % c'est multiplier par $1 + \frac{30}{100} = 1 + 0,30 = 1,3$. Le nouveau prix est égal à $45 \times 1,3 = 58,50$ €.
4.	Un prix augmente de 10 % puis baisse de 30 %. Quelle est l'évolution globale de ce prix?	L'ancien prix est multiplié par $1,10 \times 0,70 = 0,77$, soit une baisse de 23 %.
5.	Résoudre l'équation $5x + 1 = 4(2x - 3)$.	$5x + 1 = 8x - 12$ ou $13 = 3x$ et $\frac{13}{3} = x$. $S = \left\{\frac{13}{3}\right\}$.
6.	Résoudre l'inéquation $-4x + 1 < 3 - 2x$.	On a $-2 < 2x$ ou $-1 < x$. $S =]-1\,;\,+\infty[$.
Pour les questions 7 à 10, on utilisera l'énoncé suivant : Sur le graphique suivant, on a représenté la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.  		
7	Lire sur le graphique l'image de -1 par f.	On lit à peu près $f(-1) = 4$.
8	Résoudre $f(x) = -2$ avec la précision que permet le graphique.	$-2,2$ et 2 ont pour image -2 par f.
9	Dresser le tableau de signe de la fonction f sur $[-2\,;\,3]$.	x : $-\infty$ -2 1 2 $+\infty$ signe : $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$
10	Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-2\,;\,3]$.	x : $-\infty$ $-0,8$ 2 $+\infty$ f : ↗ 4,1 ↘ -2 ↗

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

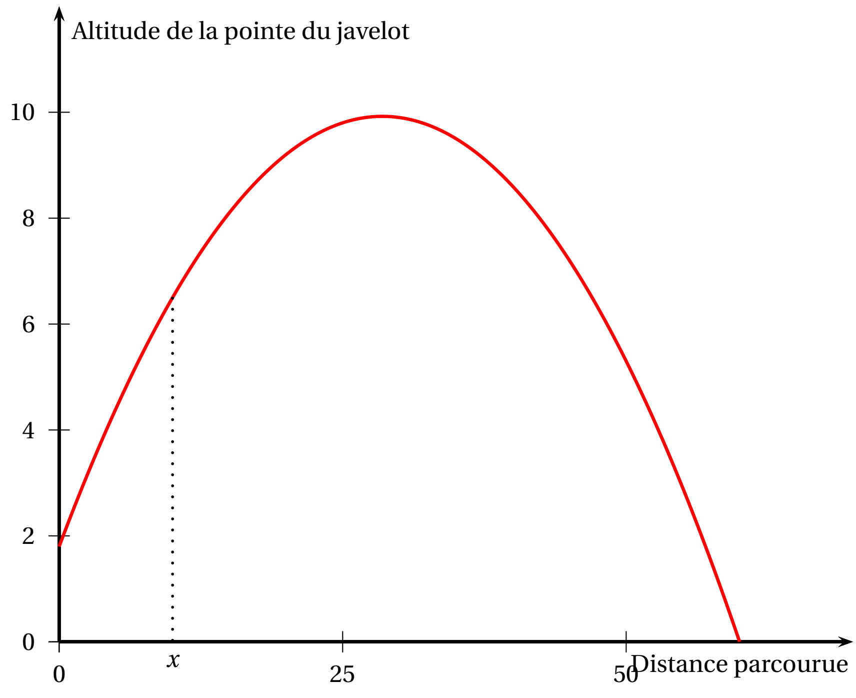
Un athlète s'entraîne au lancer de javelot. Au moment du lancer, le lanceur tient le javelot de telle manière que la pointe se trouve à la hauteur du sommet de son crâne. Pendant sa course, on considère que les frottements qui s'exercent sur la pointe du javelot sont négligeables, et que le javelot n'est soumis qu'à son poids. La trajectoire de la pointe du javelot est donc modélisée par une parabole.

1. Lors du premier essai de l'athlète, la trajectoire de la pointe du javelot est donnée par la fonction f telle que

$$f(x) = -0,01x^2 + 0,57x + 1,8$$

où x est la distance en mètres parcourue par la pointe du javelot et $f(x)$ l'altitude, en mètres, de la pointe du javelot quand celle-ci se trouve à une distance au sol de x mètres du lanceur.

On donne ci-dessous la représentation graphique de f.



a. Calculer $f(0)$.

$f(0) = 0 + 0 + 1,8 = 1,8$.

Quelle est la taille de l'athlète ?

La taille de l'athlète est donc 1,80 m puisque la pointe est au départ au sommet de son crâne.

b. Vérifier que $f(x) = -0,01(x+3)(x-60)$.

$(x+3)(x-60) = x^2 - 60x + 3x - 180 = x^2 - 57x - 180$ et

$-0,01(x+3)(x-60) = -0,01\left(x^2 - 57x - 180\right) = -0,01x^2 + 0,57x + 1,8 = f(x)$.

c. Quelle est la distance totale parcourue par le javelot ?

Cette distance est la solution (supérieure à 0) de l'équation $f(x) = 0$.

D'après la question précédente $f(x) = 0$ si $x - 60 = 0$ soit si $x = 60$ (m).

Le javelot a donc été lancé à 60 m.

d. Donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,60]$.
Le coefficient $a = -0,01 < 0$, donc la fonction est croissante puis décroissante et le maximum est obtenu pour $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{0,57}{-0,02} = 28,5$, avec un maximum
$f(28,5) = -0,01 \times 28,5^2 + 0,57 \times 28,5 + 1,8 = 9{,}922\,5$. D'où le tableau :

x	0		28,5		60
f			9,922 5		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	1,8				0

La hauteur maximale atteinte par le javelot dépasse-t-elle 10 m ? Justifier.
Le tableau monte que la hauteur maximale est inférieure à 10 m.

2. Lors du deuxième essai, la pointe du javelot réalise une trajectoire décrite par la fonction h telle que

$$h(x) = -0,01x^2 + 0,6x + 1,8,$$

où x est la distance en mètres parcourue par la pointe du javelot et $h(x)$ l'altitude en mètres de la pointe du javelot quand celle-ci se trouve à une distance de x mètres du lanceur.
On a écrit le script suivant en Python :

```
x=60
for i in range(1, 6):
print(" x= " x   "h(x)= " -0,01*x**2+0,6*x+1,8)
x=60+i
```

Lorsqu'on l'exécute, on obtient l'affichage suivant :
$x = 60$ $h(x) = 1,8$
$x = 61$ $h(x) = 1,1900000000000006$
$x = 62$ $h(x) = 0,5599999999999998$
$x = 63$ $h(x) = -0,09000000000000052$
$x = 64$ $h(x) = -0,7600000000000022$
L'athlète a-t-il amélioré sa performance par rapport à son premier lancer ?
L'exécution du script montre que sur l'intervalle $[60\,;\,64]$, la fonction h est décroissante et que l'équation $h(x) = 0$ a une solution comprise entre 62 m et 63 m. Comme $62 > 60$, on est certain que le lanceur a amélioré sa première performance.

Exercice 3 **5 points**

Lorsqu'on conduit une voiture, il est conseillé de laisser entre son propre véhicule et celui qui précède, une distance de sécurité D qui est fonction de la vitesse v à laquelle on roule.
On admet que :

$$D(v) = 0,003v^2 + 0,3v + 8$$

où v est exprimée en km/h et D en mètres.
Cette formule est valable pour une vitesse v allant de 10 km/h à 130 km/h.

1. Calculer, arrondies au mètre près, les distances à respecter pour des vitesses de 50 km/h et 130 km/h.
- $D(5) = 0,003 \times 5^2 + 0,3 \times 5 + 8 = 0,075 + 1,5 + 8 = 9,575$ (m).
- $D(130) = 0,003 \times 130^2 + 0,3 \times 130 + 8 = 50,7 + 39 + 8 = 97,7$ (m).

2. La distance de sécurité est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier votre réponse.
Si la distance de sécurité était proportionnelle à la vitesse, on devrait avoir $D(130) = 26D(5)$.
Or $26D(5) = 26 \times 9,575 = 248,95 \neq 97,7$. Il n'y a pas proportionnalité.

3. On admet que la fonction D est dérivable sur $[10\,;\,130]$ et on note D' sa dérivée. On admet que :

$$d'(v) = 0,006v + 0,3.$$

En déduire que la fonction D est strictement croissante sur l'intervalle $[10\,;\,130]$. Comme $v > 0,\ \ 0,006v > 0$ et $0,006v + 0,3 > 0$.

La dérivée étant positive sur $[10\,;\,130]$, la fonction D est strictement croissante sur l'intervalle $[10\,;\,130]$.

4. Un tableur permet d'obtenir le tableau de valeurs suivant, dans lequel les valeurs de $D(v)$ sont données à l'unité près :

v	20	40	60	80	100	120
$D(v)$	15	25	37	51	68	87

Quelle est la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à 51 m ?

D'après le tableau il faut rouler à moins de 80 km/h.

5. La société d'autoroute installe des panneaux de signalisation pour sensibiliser les conducteurs : « Un trait : danger, deux traits : sécurité ».

Sachant qu'un trait mesure 38 m et que l'intervalle séparant deux traits mesure 19 m, que pensez-vous de cette consigne pour une voiture roulant à 130 km/h ? Justifier votre réponse.

Exercice 4 **5 points**

Une entreprise pharmaceutique souhaite commercialiser un test de dépistage d'une maladie infectieuse. Elle réalise une étude portant sur un échantillon représentatif de 2 000 personnes ayant subi le test et qui vivent dans un territoire victime d'une épidémie de cette maladie.
Les résultats de cette étude sont les suivants :

— 15 %des tests sont positifs

— 85 % des tests sont négatifs.

Parmi les personnes qui ont un test positif, 98 % développent la maladie et 2 % sont sains.
Parmi les personnes dont le test est négatif, 1 % développe la maladie et 99 % sont sains.

1. Montrer que la proportion de personnes de l'échantillon dont le test est positif et qui sont sains est égale à $\dfrac{3}{1000}$.

2. **a.** Vérifier qu'au total, 311 personnes de l'échantillon ont développé la maladie.

b. En déduire la proportion des personnes qui sont effectivement malades dans cet échantillon.

3. En utilisant les questions précédentes, recopier et compléter le tableau à double entrée suivant :

	Test positif (en %)	Test négatif (en %)	Total (en %)
Malade (en %)			15,55
Sain(en %)			
Total (en %)	15	85	100

4. On choisit une personne au hasard parmi les individus de l'échantillon. Calculer la probabilité que cette personne ait obtenu un test positif sachant qu'elle est effectivement malade.