∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾
série technologique e3c Corrigé du n° 9 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

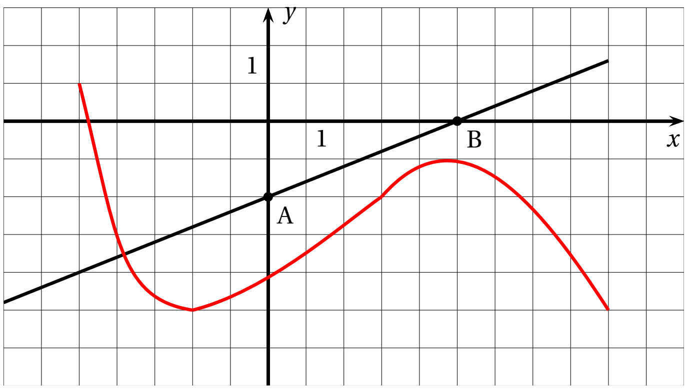
Exercice 1 **5 points**

Automatismes 5 points **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Pour chaque affirmation une seule des 4 réponses proposées est exacte.
Reporter la lettre de la réponse choisie en « Réponse » ».

	Énoncé	**Réponse**
1.	Exprimer en kilogrammes $\frac{5}{6}$ de 360 kg.	$\frac{5}{6} \times 360 = 5 \times 60 = 300$ (kg)
2.	Développer $(2x+3)^2$	$4x^2 + 12x + 9$
3.	Donner un antécédent de 0 par $f \longmapsto (x+3)(x-1)$	Le produit est nul si l'un des facteurs est nul, donc si $x = -3$ ou si $x = 1$
4.	Résoudre l'inéquation : $3 - 2x \geqslant 0$	On a $3x \geqslant 2$ ou $x \geqslant \frac{2}{3}$. $S = \left[\frac{2}{3}\ ;\ +\infty\right[$.
5.	Soit $f(x) = ax^2$ où a est un nombre réel. Donner la valeur de a sachant que $f(-2) = 10$.	On a donc $10 = a \times (-2)^2$ soit $10 = 4a$ ou $a = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$.
6.	Dans une classe de première, 42 % des élèves sont des garçons et parmi eux, 4 % sont internes. Donner le pourcentage de garçons internes.	On a $\frac{42}{100} \times \frac{4}{100} = \frac{168}{10000} = \frac{1,68}{100}$ soit 1,68 %

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-5\ ;\ 9]$.
Cette fonction est celle qui est considérée dans les questions 7 à 10.
La droite passant par les points A$(0\ ;\ -2)$ et B$(5\ ;\ 0)$ est la représentation graphique d'une fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$.



7.	$f(-5)$ est égal à :	$f(-5) = 1$.
8.	Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$ est :	Il y a trois réels qui ont pour image -2.
9.	L'intervalle des valeurs de $f(x)$ est :	$f(x) \in [-5\ ;\ 1]$.
10.	Le coefficient directeur de la droite (AB) est :	Pour aller de A à B : 5 à droite et 2 vers le haut, donc coefficient directeur $\frac{2}{5}$.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Les 150 salariés d'une entreprise se répartissent de la façon suivante :

	Cadres	Employés	TOTAL
Parlent anglais	20	9	29
Ne parlent pas anglais	40	81	121
TOTAL	60	90	150

1. *Dans cette première question, les résultats seront arrondis à* 0,1 %.

a. Calculer le pourcentage des employés qui parlent anglais.

Le pourcentage des employés qui parlent anglais est égal à : $\dfrac{9}{150} \times 100 = 6\,\%$.

Rem. : si on calcule la proportion des anglicistes parmi les employés on trouve alors $\dfrac{9}{90} = \dfrac{1}{10} = 0,1\,\%$.

b. Calculer le pourcentage des cadres qui ne parlent pas anglais.

Le pourcentage des cadres qui ne parlent pas anglais est égal à $\dfrac{40}{150} \times 100 = \dfrac{80}{3} \approx 26,7\,\%$.

Rem. : si on calcule la proportion des cadres qui ne parlent pas anglais parmi les cadres, on trouve $\dfrac{40}{60} = \dfrac{2}{3} \approx 66,7\%$.

2. On interroge un salarié au hasard parmi les 150. Tous les salariés ont la même probabilité d'être interrogés.

On considère les évènements suivants :

C : « le salarié interrogé est un cadre » ;

E : « le salarié interrogé est un employé » ;

A : « le salarié interrogé parle anglais » ;

$\overline{A}$: « le salarié interrogé ne parle pas anglais ».

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Traduire par une phrase l'évènement $C \cap \overline{A}$.

$C \cap \overline{A}$: « le salarié est un cadre et il ne parle pas anglais ».

b. Calculer les probabilités $P\left(C \cap \overline{A}\right)$, $P\left(\overline{A}\right)$ et $P(E \cap A)$.

- $P\left(C \cap \overline{A}\right) = \dfrac{40}{150} = \dfrac{4}{15}$;
- $P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{121}{150}$;
- $P(E \cap A) = \dfrac{9}{150} = \dfrac{3}{50}$.

c. Calculer $P_A(E)$ et traduire le résultat par une phrase.

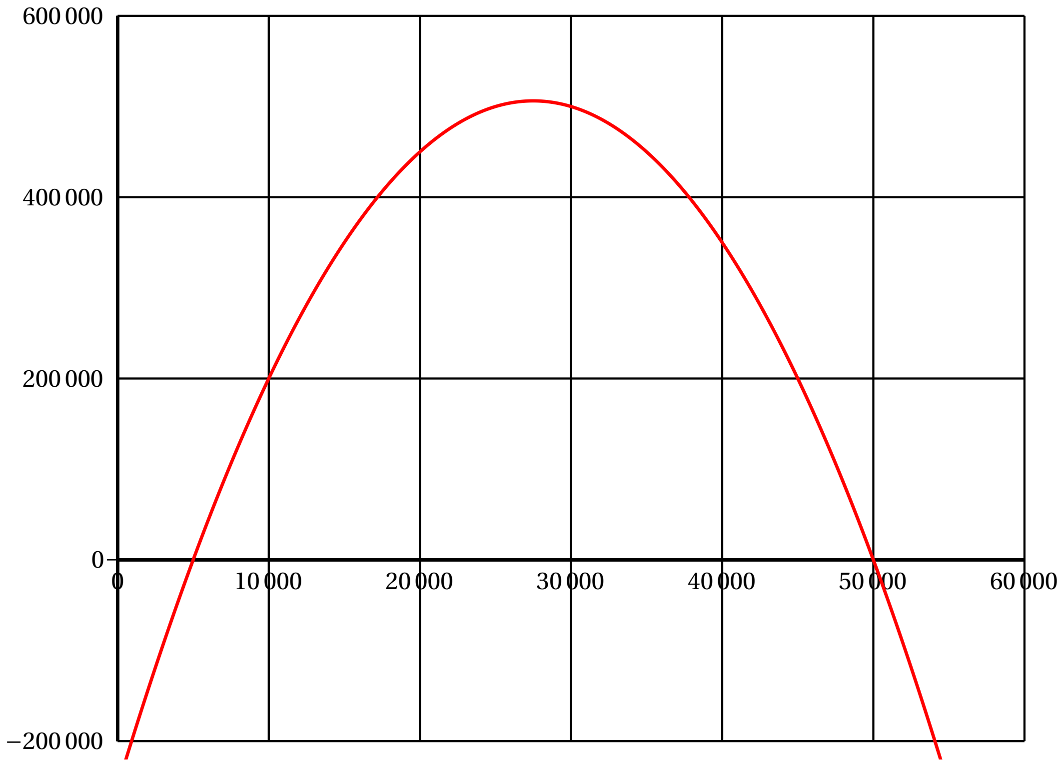
$P_A(E) = \dfrac{P(A \cap E)}{P(A)} = \dfrac{P(E \cap A)}{P(A)} = \dfrac{\frac{9}{150}}{\frac{29}{150}} = \dfrac{9}{29}$.

Exercice 3 **5 points**

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,60\,000]$ par

$$f(x) = -0,01(x - 5\,000)(x - 50\,000).$$

Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. **a.** Développer et réduire $f(x)$.
   $f(x) = -0,01\left(x^2 - 50\,000x - 5\,000x + 250\,000\,000\right) = -0,01x^2 + 550x - 2\,500\,000.$

   b. En quelle valeur de x le maximum de f est-il atteint ?.
   Le maximum est atteint au point dont l'abscisse est égale à la demi-somme des zéros de la fonction soit en $\dfrac{5\,000 + 50\,000}{2} = 27\,500.$

2. En 2022, une entreprise de l'agroalimentaire bio prévoit de produire 60 000 tonnes d'un nouveau produit et de le vendre 800 € la tonne. On estime que toute la production sera vendue et que le coût total de production, en euros, de x tonnes de produit est

$$C(x) = 0,01x^2 + 250x + 2\,500\,000.$$

   a. Exprimer la recette en euros pour x tonnes de produit vendues.
   On a $R(x) = 800x$.

   b. En déduire que le bénéfice en euros pour x tonnes de produit fabriquées et vendues est $B(x) = -0,01x^2 + 550x - 2\,500\,000$, pour tout x de $[0\,;\,60\,000]$.
   $B(x) = R(x) - C(x) = 800x - \left(0,01x^2 + 250x + 2\,500\,000\right) = -0,01x^2 - 250x + 800x - 2\,500\,000 = -0,01x^2 + 550x - 2\,500\,000 = f(x).$

   c. Quelle quantité de produit l'entreprise doit-elle produire et vendre pour réaliser un bénéfice maximal ? Combien vaut ce bénéfice ?
   Le maximum de $B(x)$ est le maximum de $f(x)$ et on a vu que celui-ci est :
   $f(27\,500) = -0,01(27\,500 - 5\,000)(27\,500 - 50\,000) = -0,01 \times 22\,500 \times (-22\,500 = 225 \times 22\,500 = 5\,062\,500$ €pour une vente de 27 500 tonnes.

Exercice 4 **5 points**

Le chiffre d'affaire en milliers d'euros d'une entreprise en fonction du temps est modélisé par la fonction f telle que

$$f(x) = 3x\left(48x - 5x^2\right),$$

où x exprimé en années est le temps écoulé depuis le 1er janvier 2020.

1. **a.** Développer $f(x)$.

$f(x) = 3x\left(48x - 5x^2\right) = 144x^2 - 15x^3$.

b. En déduire $f'(x)$.

$f'(x) = 288x - 45x^2 = -3x(15x - 96)$.

c. On admet que $f'(x) = -3x(15x - 96)$.

Dresser le tableau de variation de f.

$f(x) = 0$ si $x = 0$ ou si $15x - 96 = 0$ soit $x = \dfrac{96}{15} = \dfrac{32}{5} = 6,4$.

Avec un tableau de signes on en déduit le signe de $f'(x)$, donc les variations de f :

x	0		6,4		$+\infty$
x		$-$		$-$	
$15x - 96$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	1966,88	$\searrow$	

d. En déduire le maximum de f sur $[0\,;\,10]$.

D'après le tableau précédent le maximum de f est $f(6,4) = 1966,88$.

2. Compléter la ligne 10 du programme écrit en Python ci-dessous afin qu'en fin d'exécution la variable M contienne une valeur approchée du chiffre d'affaire maximal exprimé en milliers d'euros.

```
1   def chiffres affairesmax( ):
2       x=0
4       B = 3*x*(48*x - 5*x**2)
5       M=B
6       for k in range(100):
7         x=x+0,1
8         B = 3*x*(48*x - 5*x**2)
9         if B>M :
10          M = B
12      return M
```