Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

▶1. $t^2 + 2t - 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-2-4}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-2+4}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -3$ et $t_2 = 1$.

▶2. $-21y^2 + 67y - 42 = 0$

Je calcule $\Delta = 67^2 - 4 \times (-21) \times (-42) = 961$ et $\sqrt{961} = 31$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-67+\sqrt{961}}{2\times(-21)} &= \frac{-67+\sqrt{961}}{-42}\\ &= \frac{-67+31}{-42}\\ &= \frac{-36}{-42}\\ &= \frac{6_{\times(-6)}}{7_{\times(-6)}}\\ &= \frac{6}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-67-\sqrt{961}}{2\times(-21)} &= \frac{-67-\sqrt{961}}{-42}\\ &= \frac{-67-31}{-42}\\ &= \frac{-98}{-42}\\ &= \frac{7_{\times(-14)}}{3_{\times(-14)}}\\ &= \frac{7}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{6}{7}$ et $y_2 = \frac{7}{3}$.

▶3. $t^2 + 2t + 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 7 = -24$.

Comme $\Delta < 0$, $P(t)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

▶1. $z^2 + 16z + 63 = 0$

Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times 1 \times 63 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-16-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-16-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-16-2}{2}\\ &= \frac{-18}{2}\\ &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-16+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-16+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-16+2}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -9$ et $z_2 = -7$.

▶**2.** $11x^2 + 29x + 14 = 0$
Je calcule $\Delta = 29^2 - 4 \times 11 \times 14 = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-29-\sqrt{225}}{2\times 11} &= \frac{-29-\sqrt{225}}{22}\\ &= \frac{-29-15}{22}\\ &= \frac{-44}{22}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-29+\sqrt{225}}{2\times 11} &= \frac{-29+\sqrt{225}}{22}\\ &= \frac{-29+15}{22}\\ &= \frac{-14}{22}\\ &= \frac{-7_{\times 2}}{11_{\times 2}}\\ &= \frac{-7}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \dfrac{-7}{11}$.

▶**3.** $t^2 + 7t + 1 = 0$
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times 1 = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{45}}{2\times 1} &= \frac{-7-\sqrt{45}}{2}\\ &= \frac{-7-3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{45}}{2\times 1} &= \frac{-7+\sqrt{45}}{2}\\ &= \frac{-7+3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \dfrac{-7-3\sqrt{5}}{2}$ et $t_2 = \dfrac{-7+3\sqrt{5}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $y^2 + 14y + 48 = 0$
Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 48 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14-2}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14+2}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -8$ et $y_2 = -6$.

▶**2.** $-12z^2 - 55z + 25 = 0$
Je calcule $\Delta = (-55)^2 - 4 \times (-12) \times 25 = 4\,225$ et $\sqrt{4\,225} = 65$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-55)+\sqrt{4\,225}}{2\times(-12)} &= \frac{55+\sqrt{4\,225}}{-24}\\ &= \frac{55+65}{-24}\\ &= \frac{120}{-24}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-55)-\sqrt{4\,225}}{2\times(-12)} &= \frac{55-\sqrt{4\,225}}{-24}\\ &= \frac{55-65}{-24}\\ &= \frac{-10}{-24}\\ &= \frac{5_{\times(-2)}}{12_{\times(-2)}}\\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -5$ et $z_2 = \dfrac{5}{12}$.

►**3.** $-x^2 + 5x - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 21$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{21}}{2\times(-1)} &= \frac{-5+\sqrt{21}}{-2}\\ &= \frac{5_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{21}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{5-\sqrt{21}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{21}}{2\times(-1)} &= \frac{-5-\sqrt{21}}{-2}\\ &= \frac{5_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{21}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{5+\sqrt{21}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{5-\sqrt{21}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 + 4x - 21 = 0$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-21) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{-4-10}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{-4+10}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 3$.

►**2.** $8x^2 - 47x - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = (-47)^2 - 4 \times 8 \times (-6) = 2\,401$ et $\sqrt{2\,401} = 49$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-47)-\sqrt{2\,401}}{2\times 8} &= \frac{47-\sqrt{2\,401}}{16}\\ &= \frac{47-49}{16}\\ &= \frac{-2}{16}\\ &= \frac{-1_{\times 2}}{8_{\times 2}}\\ &= \frac{-1}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-47)+\sqrt{2\,401}}{2\times 8} &= \frac{47+\sqrt{2\,401}}{16}\\ &= \frac{47+49}{16}\\ &= \frac{96}{16}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-1}{8}$ et $x_2 = 6$.

►**3.** $-t^2+3t=0$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4\times(-1)\times 0 = 9$ et $\sqrt{9}=3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{9}}{2\times(-1)} &= \frac{-3+\sqrt{9}}{-2}\\ &= \frac{-3+3}{-2}\\ &= \frac{0}{-2}\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{9}}{2\times(-1)} &= \frac{-3-\sqrt{9}}{-2}\\ &= \frac{-3-3}{-2}\\ &= \frac{-6}{-2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = 0$ et $t_2 = 3$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $z^2+z-72=0$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4\times 1\times(-72) = 289$ et $\sqrt{289}=17$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{289}}{2}\\ &= \frac{-1-17}{2}\\ &= \frac{-18}{2}\\ &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{289}}{2}\\ &= \frac{-1+17}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -9$ et $z_2 = 8$.

►**2.** $-11t^2-10t+1=0$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4\times(-11)\times 1 = 144$ et $\sqrt{144}=12$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\frac{-(-10)+\sqrt{144}}{2\times(-11)} = \frac{10+\sqrt{144}}{-22} = \frac{10+12}{-22} = \frac{22}{-22} = -1$$

$$\frac{-(-10)-\sqrt{144}}{2\times(-11)} = \frac{10-\sqrt{144}}{-22} = \frac{10-12}{-22} = \frac{-2}{-22} = \frac{1_{\times(-2)}}{11_{\times(-2)}} = \frac{1}{11}$$

Les racines de P sont $t_1 = -1$ et $t_2 = \dfrac{1}{11}$.

►3. $z^2 + 8z - 2 = 0$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4\times 1\times(-2) = 72$ et $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\frac{-8-\sqrt{72}}{2\times 1} = \frac{-8-\sqrt{72}}{2} = \frac{-8-6\sqrt{2}}{2} = \frac{-4_{\times 2}-3_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} = -4-3\sqrt{2}$$

$$\frac{-8+\sqrt{72}}{2\times 1} = \frac{-8+\sqrt{72}}{2} = \frac{-8+6\sqrt{2}}{2} = \frac{-4_{\times 2}+3_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} = -4+3\sqrt{2}$$

Les racines de P sont $z_1 = -4-3\sqrt{2}$ et $z_2 = -4+3\sqrt{2}$.