Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 - 6x^2 - 81x + 486)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -6x^2 & -81x & +486 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2-15x+54 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -15x^2 & -81x & & \\
 & -(-15x^2 & -135x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +54x & +486 & \\
 & & -(+54x & +486) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 6x^2 - 81x + 486 = \left(x^2 - 15x + 54\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 15x + 54$
Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 54 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-15) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{15 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{15 - 3}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-15) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{15 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{15 + 3}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 6$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 9) \times x^2 - 15x + 54$

►2. Soit $F = 10x^3 + 33x^2 + 30x + 8)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+10x^3 & +33x^2 & +30x & +8 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+10x^3 & +20x^2) & & & 10x^2+13x+4 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +13x^2 & +30x & & \\
 & -(+13x^2 & +26x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +4x & +8 & \\
 & & -(+4x & +8) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$10x^3 + 33x^2 + 30x + 8 = \left(10x^2 + 13x + 4\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 10x^2 + 13x + 4$
Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 10 \times 4 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-13 - \sqrt{9}}{2 \times 10} &= \frac{-13 - \sqrt{9}}{20} \\ &= \frac{-13 - 3}{20} \\ &= \frac{-16}{20} \\ &= \frac{-4_{\times 4}}{5_{\times 4}} \\ &= \frac{-4}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-13 + \sqrt{9}}{2 \times 10} &= \frac{-13 + \sqrt{9}}{20} \\ &= \frac{-13 + 3}{20} \\ &= \frac{-10}{20} \\ &= \frac{-1_{\times 10}}{2_{\times 10}} \\ &= \frac{-1}{2}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-4}{5}$ et $x_2 = \dfrac{-1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 10 \times \left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = 10 \times \left(x + \frac{4}{5}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = 10\,(x+2)\left(x + \dfrac{4}{5}\right)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3 + 18x^2 + 101x + 168)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +18x^2 & +101x & +168 & x+8 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2+10x+21 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +10x^2 & +101x & & \\
& -(+10x^2 & +80x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +21x & +168 & \\
& & -(+21x & +168) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 18x^2 + 101x + 168 = \left(x^2 + 10x + 21\right) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 10x + 21$
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 21 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-10-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-10-\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-10-4}{2} \\ &= \frac{-14}{2} \\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-10+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-10+\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-10+4}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-7))\,(x - (-3)) = (x + 7)\,(x + 3)$$

On en conclue donc que $E = (x + 8)\,(x + 7)\,(x + 3)$

▶2. Soit $F = 6x^3 + 31x^2 + 52x + 28)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+6x^3 & +31x^2 & +52x & +28 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+6x^3 & +12x^2) & & & 6x^2+19x+14 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +19x^2 & +52x & & \\
& -(+19x^2 & +38x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +14x & +28 & \\
& & -(+14x & +28) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$6x^3 + 31x^2 + 52x + 28 = \left(6x^2 + 19x + 14\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 6x^2 + 19x + 14$
Je calcule $\Delta = 19^2 - 4 \times 6 \times 14 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-19-\sqrt{25}}{2\times 6} &= \frac{-19-\sqrt{25}}{12}\\ &= \frac{-19-5}{12}\\ &= \frac{-24}{12}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-19+\sqrt{25}}{2\times 6} &= \frac{-19+\sqrt{25}}{12}\\ &= \frac{-19+5}{12}\\ &= \frac{-14}{12}\\ &= \frac{-7_{\times 2}}{6_{\times 2}}\\ &= \frac{-7}{6}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{-7}{6}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 6 \times (x - (-2))\left(x - \left(-\frac{7}{6}\right)\right) = 6 \times (x+2)\left(x + \frac{7}{6}\right)$$

On en conclue donc que $F = 6\,(x+2)\,(x+2)\left(x + \frac{7}{6}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Soit $E = x^3 + 15x^2 + 72x + 108)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +15x^2 & +72x & +108 & x+6 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2+9x+18 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +9x^2 & +72x & & \\ & -(+9x^2 & +54x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +18x & +108 & \\ & & -(+18x & +108) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 15x^2 + 72x + 108 = \left(x^2 + 9x + 18\right) \times (x+6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 9x + 18$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 18 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-9-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-9-3}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-9+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-9+3}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -6$ et $x_2 = -3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-6))\,(x - (-3)) = (x+6)\,(x+3)$$

On en conclue donc que $E = (x+6)\,(x+6)\,(x+3)$

►**2.** Soit $F = -40x^3 + 73x^2 - 38x + 5)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-40x^3 & +73x^2 & -38x & +5 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-40x^3 & +40x^2) & & & -40x^2+33x-5 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +33x^2 & -38x & & \\
& -(+33x^2 & -33x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -5x & +5 & \\
& & -(-5x & +5) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-40x^3 + 73x^2 - 38x + 5 = \left(-40x^2 + 33x - 5\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -40x^2 + 33x - 5$
Je calcule $\Delta = 33^2 - 4 \times (-40) \times (-5) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-33+\sqrt{289}}{2\times(-40)} &= \frac{-33+\sqrt{289}}{-80} \\
&= \frac{-33+17}{-80} \\
&= \frac{-16}{-80} \\
&= \frac{1_{\times(-16)}}{5_{\times(-16)}} \\
&= \frac{1}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{-33-\sqrt{289}}{2\times(-40)} &= \frac{-33-\sqrt{289}}{-80} \\
&= \frac{-33-17}{-80} \\
&= \frac{-50}{-80} \\
&= \frac{5_{\times(-10)}}{8_{\times(-10)}} \\
&= \frac{5}{8}
\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{5}$ et $x_2 = \frac{5}{8}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -40 \times \left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{5}{8}\right)$$

On en conclue donc que $F = -40\,(x-1)\left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{5}{8}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Soit $E = x^3 - x^2 - 69x + 189)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -1x^2 & -69x & +189 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2-10x+21 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -10x^2 & -69x & & \\
& -(-10x^2 & -90x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +21x & +189 & \\
& & -(+21x & +189) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - x^2 - 69x + 189 = \left(x^2 - 10x + 21\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 10x + 21$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{10-4}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-10)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{10+4}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 7$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x+9) \times x^2 - 10x + 21$

►2. Soit $F = 15x^3 + 16x^2 - 36x - 16)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x+2$

$$\begin{array}{rrrr|l} +15x^3 & +16x^2 & -36x & -16 & x+2 \\ \cline{5-5} -(+15x^3 & +30x^2) & & & 15x^2-14x-8 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -14x^2 & -36x & & \\ & -(-14x^2 & -28x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -8x & -16 & \\ & & -(-8x & -16) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a
$$15x^3 + 16x^2 - 36x - 16 = \left(15x^2 - 14x - 8\right) \times (x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 15x^2 - 14x - 8$
Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 15 \times (-8) = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-14)-\sqrt{676}}{2\times 15} &= \frac{14-\sqrt{676}}{30}\\ &= \frac{14-26}{30}\\ &= \frac{-12}{30}\\ &= \frac{-2_{\times 6}}{5_{\times 6}}\\ &= \frac{-2}{5}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-14)+\sqrt{676}}{2\times 15} &= \frac{14+\sqrt{676}}{30}\\ &= \frac{14+26}{30}\\ &= \frac{40}{30}\\ &= \frac{4_{\times 10}}{3_{\times 10}}\\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-2}{5}$ et $x_2 = \frac{4}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 15 \times \left(x - \left(-\frac{2}{5}\right)\right)\left(x - \frac{4}{3}\right) = 15 \times \left(x + \frac{2}{5}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = 15\,(x+2)\left(x + \frac{2}{5}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

▶1. Soit $E = x^3 + 9x^2 + 18x)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +9x^2 & +18x & +0 & x+6 \\ \hline -(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2+3x \\ \hline +0x^3 & +3x^2 & +18x & & \\ & -(+3x^2 & +18x) & & \\ \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 9x^2 + 18x = \left(x^2 + 3x\right) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 3x$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-3-3}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-3+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-3+3}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 0$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-3))\,(x - 0) = (x + 3)\,(x)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)\,(x + 3)\,(x)$

▶2. Soit $F = -45x^3 + 56x^2 + 92x - 48)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} -45x^3 & +56x^2 & +92x & -48 & x-2 \\ \hline -(-45x^3 & +90x^2) & & & -45x^2-34x+24 \\ \hline +0x^3 & -34x^2 & +92x & & \\ & -(-34x^2 & +68x) & & \\ \hline & +0x^2 & +24x & -48 & \\ & & -(+24x & -48) & \\ \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-45x^3 + 56x^2 + 92x - 48 = \left(-45x^2 - 34x + 24\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -45x^2 - 34x + 24$
Je calcule $\Delta = (-34)^2 - 4 \times\ (-45) \times 24 = 5\,476$ et $\sqrt{5\,476} = 74$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-34)+\sqrt{5\,476}}{2\times\ (-45)} &= \frac{34+\sqrt{5\,476}}{-90} \\ &= \frac{34+74}{-90} \\ &= \frac{108}{-90} \\ &= \frac{-6_{\times(-18)}}{5_{\times(-18)}} \\ &= \frac{-6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-34)-\sqrt{5\,476}}{2\times\ (-45)} &= \frac{34-\sqrt{5\,476}}{-90} \\ &= \frac{34-74}{-90} \\ &= \frac{-40}{-90} \\ &= \frac{4_{\times(-10)}}{9_{\times(-10)}} \\ &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-6}{5}$ et $x_2 = \dfrac{4}{9}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -45 \times \left(x - \left(-\frac{6}{5}\right)\right)\left(x - \frac{4}{9}\right) = -45 \times \left(x + \frac{6}{5}\right)\left(x - \frac{4}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = -45\,(x-2)\left(x + \dfrac{6}{5}\right)\left(x - \dfrac{4}{9}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 13x - 10)$

a) Comme $E(-2) = 0$, on peut diviser E par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -2x^2 & -13x & -10 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +2x^2) & & & x^2-4x-5 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -4x^2 & -13x & & \\
& -(-4x^2 & -8x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -5x & -10 & \\
& & -(-5x & -10) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = \left(x^2 - 4x - 5\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 4x - 5$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-(-4) - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{4 - \sqrt{36}}{2} \\
&= \frac{4-6}{2} \\
&= \frac{-2}{2} \\
&= -1
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-4) + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{4 + \sqrt{36}}{2} \\
&= \frac{4+6}{2} \\
&= \frac{10}{2} \\
&= 5
\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-1)(x-3)$$

On en conclue donc que $E = (x+2)(x-1)(x-3)$

►2. Soit $F = -84x^3 + 37x^2 + 79x - 42)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-84x^3 & +37x^2 & +79x & -42 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(-84x^3 & -84x^2) & & & -84x^2+121x-42 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +121x^2 & +79x & & \\
& -(+121x^2 & +121x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -42x & -42 & \\
& & -(-42x & -42) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-84x^3 + 37x^2 + 79x - 42 = \left(-84x^2 + 121x - 42\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -84x^2 + 121x - 42$
Je calcule $\Delta = 121^2 - 4 \times (-84) \times (-42) = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-121+\sqrt{529}}{2\times(-84)} &= \frac{-121+\sqrt{529}}{-168}\\ &= \frac{-121+23}{-168}\\ &= \frac{-98}{-168}\\ &= \frac{7_{\times(-14)}}{12_{\times(-14)}}\\ &= \frac{7}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-121-\sqrt{529}}{2\times(-84)} &= \frac{-121-\sqrt{529}}{-168}\\ &= \frac{-121-23}{-168}\\ &= \frac{-144}{-168}\\ &= \frac{6_{\times(-24)}}{7_{\times(-24)}}\\ &= \frac{6}{7}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{7}{12}$ et $x_2 = \dfrac{6}{7}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -84 \times \left(x - \frac{7}{12}\right)\left(x - \frac{6}{7}\right)$$

On en conclue donc que $F = -84\,(x+1)\left(x - \dfrac{7}{12}\right)\left(x - \dfrac{6}{7}\right)$