Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 + 5x^2 - 17x - 21)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +5x^2 & -17x & -21 & x+7 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-2x-3 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -2x^2 & -17x & & \\
 & -(-2x^2 & -14x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -3x & -21 & \\
 & & -(-3x & -21) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & & \\
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 5x^2 - 17x - 21 = \left(x^2 - 2x - 3\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 2x - 3$
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{2 - \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{2-4}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{2 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{2+4}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \left(1 - \sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{2}\right)\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)\left(x - \left(1 - \sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{2}\right)\right)$

►2. Soit $F = 5x^3 + 14x^2 + 9x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(5x^2 + 14x + 9\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 5x^2 + 14x + 9$
Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 5 \times 9 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14 - \sqrt{16}}{2 \times 5} &= \frac{-14 - \sqrt{16}}{10} \\ &= \frac{-14-4}{10} \\ &= \frac{-18}{10} \\ &= \frac{-9_{\times 2}}{5_{\times 2}} \\ &= \frac{-9}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14 + \sqrt{16}}{2 \times 5} &= \frac{-14 + \sqrt{16}}{10} \\ &= \frac{-14+4}{10} \\ &= \frac{-10}{10} \\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-9}{5}$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 5 \times \left(x - \left(-\frac{9}{5}\right)\right)(x - (-1)) = 5 \times \left(x + \frac{9}{5}\right)(x + 1)$$

On en conclue donc que $F = 5x\left(x + \dfrac{9}{5}\right)(x + 1)$

Corrigé de l'exercice 2

►1. Soit $E = x^3 - 4x^2 - 59x + 126)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -4x^2 & -59x & +126 & x+7 \\
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-11x+18 \\
+0x^3 & -11x^2 & -59x & & \\
 & -(-11x^2 & -77x) & & \\
 & +0x^2 & +18x & +126 & \\
 & & -(+18x & +126) & \\
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 4x^2 - 59x + 126 = \left(x^2 - 11x + 18\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 11x + 18$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-11) - \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{11 - \sqrt{49}}{2} \\
&= \frac{11 - 7}{2} \\
&= \frac{4}{2} \\
&= 2
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-11) + \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{11 + \sqrt{49}}{2} \\
&= \frac{11 + 7}{2} \\
&= \frac{18}{2} \\
&= 9
\end{aligned}
$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 7) \times x^2 - 11x + 18$

►2. Soit $F = 50x^3 + 125x^2 + 52x + 4)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+50x^3 & +125x^2 & +52x & +4 & x+2 \\
-(+50x^3 & +100x^2) & & & 50x^2+25x+2 \\
+0x^3 & +25x^2 & +52x & & \\
 & -(+25x^2 & +50x) & & \\
 & +0x^2 & +2x & +4 & \\
 & & -(+2x & +4) & \\
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$50x^3 + 125x^2 + 52x + 4 = \left(50x^2 + 25x + 2\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 50x^2 + 25x + 2$
Je calcule $\Delta = 25^2 - 4 \times 50 \times 2 = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-25 - \sqrt{225}}{2 \times 50} &= \frac{-25 - \sqrt{225}}{100} \\
&= \frac{-25 - 15}{100} \\
&= \frac{-40}{100} \\
&= \frac{-2_{\times 20}}{5_{\times 20}} \\
&= \frac{-2}{5}
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-25 + \sqrt{225}}{2 \times 50} &= \frac{-25 + \sqrt{225}}{100} \\
&= \frac{-25 + 15}{100} \\
&= \frac{-10}{100} \\
&= \frac{-1_{\times 10}}{10_{\times 10}} \\
&= \frac{-1}{10}
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-2}{5}$ et $x_2 = \dfrac{-1}{10}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 50 \times \left(x - \left(-\frac{2}{5}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{10}\right)\right) = 50 \times \left(x + \frac{2}{5}\right)\left(x + \frac{1}{10}\right)$$

On en conclue donc que $F = 50\,(x+2)\left(x + \dfrac{2}{5}\right)\left(x + \dfrac{1}{10}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Soit $E = x^3 - 9x^2 + 6x + 56)$

a) Comme $E(-2) = 0$, on peut diviser E par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -9x^2 & +6x & +56 & x+2 \\
\hline
-(+1x^3 & +2x^2) & & & x^2 - 11x + 28 \\
\hline
+0x^3 & -11x^2 & +6x & & \\
 & -(-11x^2 & -22x) & & \\
\hline
 & +0x^2 & +28x & +56 & \\
 & & -(+28x & +56) & \\
\hline
 & & +0 & & \\
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 9x^2 + 6x + 56 = \left(x^2 - 11x + 28\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 11x + 28$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 28 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-(-11) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{11 - \sqrt{9}}{2} \\
&= \frac{11 - 3}{2} \\
&= \frac{8}{2} \\
&= 4
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-11) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{11 + \sqrt{9}}{2} \\
&= \frac{11 + 3}{2} \\
&= \frac{14}{2} \\
&= 7
\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 7$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 2) \times x^2 - 11x + 28$

▶2. Soit $F = -55x^3 + 162x^2 - 69x - 70)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-55x^3 & +162x^2 & -69x & -70 & x-2 \\
\hline
-(-55x^3 & +110x^2) & & & -55x^2 + 52x + 35 \\
\hline
+0x^3 & +52x^2 & -69x & & \\
 & -(+52x^2 & -104x) & & \\
\hline
 & +0x^2 & +35x & -70 & \\
 & & -(+35x & -70) & \\
\hline
 & & +0 & & \\
\end{array}$$

On a

$$-55x^3 + 162x^2 - 69x - 70 = \left(-55x^2 + 52x + 35\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -55x^2 + 52x + 35$
Je calcule $\Delta = 52^2 - 4 \times (-55) \times 35 = 10\,404$ et $\sqrt{10\,404} = 102$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-52+\sqrt{10\,404}}{2\times(-55)} &= \frac{-52+\sqrt{10\,404}}{-110}\\ &= \frac{-52+102}{-110}\\ &= \frac{50}{-110}\\ &= \frac{-5_{\times(-10)}}{11_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-5}{11}\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-52-\sqrt{10\,404}}{2\times(-55)} &= \frac{-52-\sqrt{10\,404}}{-110}\\ &= \frac{-52-102}{-110}\\ &= \frac{-154}{-110}\\ &= \frac{7_{\times(-22)}}{5_{\times(-22)}}\\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{11}$ et $x_2 = \frac{7}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -55 \times \left(x - \left(-\frac{5}{11}\right)\right)\left(x - \frac{7}{5}\right) = -55 \times \left(x + \frac{5}{11}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -55\,(x-2)\left(x + \frac{5}{11}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E = x^3 - 5x^2 - 81x + 405)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -5x^2 & -81x & +405 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2-14x+45 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -14x^2 & -81x & & \\
& -(-14x^2 & -126x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +45x & +405 & \\
& & -(+45x & +405) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 5x^2 - 81x + 405 = \left(x^2 - 14x + 45\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 14x + 45$
Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 45 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-14)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{14-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{14-4}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-14)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{14+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{14+4}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 5$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 9) \times x^2 - 14x + 45$

►**2.** Soit $F = -3x^3 - 4x^2 + x + 2)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} -3x^3 & -4x^2 & +1x & +2 & x+1 \\ \cline{5-5} -(-3x^3 & -3x^2) & & & -3x^2 - x + 2 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -1x^2 & +1x & & \\ & -(-1x^2 & -1x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +2x & +2 & \\ & & -(+2x & +2) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-3x^3 - 4x^2 + x + 2 = \left(-3x^2 - x + 2\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -3x^2 - x + 2$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-3) \times 2 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times(-3)} &= \frac{1+\sqrt{25}}{-6} \\ &= \frac{1+5}{-6} \\ &= \frac{6}{-6} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times(-3)} &= \frac{1-\sqrt{25}}{-6} \\ &= \frac{1-5}{-6} \\ &= \frac{-4}{-6} \\ &= \frac{2_{\times(-2)}}{3_{\times(-2)}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{2}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -3 \times (x - (-1)) \left(x - \frac{2}{3}\right) = -3 \times (x + 1) \left(x - \frac{2}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = -3\,(x+1)\,(x+1)\left(x - \frac{2}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Soit $E = x^3 - 19x - 30)$

a) Comme $E(-3) = 0$, on peut diviser E par $x + 3$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +0x^2 & -19x & -30 & x+3 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +3x^2) & & & x^2 - 3x - 10 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -3x^2 & -19x & & \\ & -(-3x^2 & -9x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -10x & -30 & \\ & & -(-10x & -30) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 19x - 30 = \left(x^2 - 3x - 10\right) \times (x + 3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 3x - 10$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3)-\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{3-\sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{3-7}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-3)+\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{3+\sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{3+7}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-(-2))\,(x-5) = (x+2)\,(x-5)$$

On en conclue donc que $E = (x+3)\,(x+2)\,(x-5)$

►2. Soit $F = -121x^3 + 110x^2 + 23x - 12)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} -121x^3 & +110x^2 & +23x & -12 & x-1 \\ \cline{5-5} -(-121x^3 & +121x^2) & & & -121x^2 - 11x + 12 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -11x^2 & +23x & & \\ & -(-11x^2 & +11x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +12x & -12 & \\ & & -(+12x & -12) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-121x^3 + 110x^2 + 23x - 12 = \left(-121x^2 - 11x + 12\right) \times (x-1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -121x^2 - 11x + 12$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times (-121) \times 12 = 5\,929$ et $\sqrt{5\,929} = 77$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-11)+\sqrt{5\,929}}{2\times(-121)} &= \frac{11+\sqrt{5\,929}}{-242} \\ &= \frac{11+77}{-242} \\ &= \frac{88}{-242} \\ &= \frac{-4_{\times(-22)}}{11_{\times(-22)}} \\ &= \frac{-4}{11} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-11)-\sqrt{5\,929}}{2\times(-121)} &= \frac{11-\sqrt{5\,929}}{-242} \\ &= \frac{11-77}{-242} \\ &= \frac{-66}{-242} \\ &= \frac{3_{\times(-22)}}{11_{\times(-22)}} \\ &= \frac{3}{11} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-4}{11}$ et $x_2 = \dfrac{3}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -121 \times \left(x - \left(-\frac{4}{11}\right)\right)\left(x - \frac{3}{11}\right) = -121 \times \left(x + \frac{4}{11}\right)\left(x - \frac{3}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = -121\,(x-1)\left(x + \dfrac{4}{11}\right)\left(x - \dfrac{3}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 + x^2 - 10x + 8)$

a) Comme $E(-4) = 0$, on peut diviser E par $x + 4$

$$
\begin{array}{cccc|l}
+1x^3 & +1x^2 & -10x & +8 & x+4 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +4x^2) & & & x^2-3x+2 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -3x^2 & -10x & & \\
 & -(-3x^2 & -12x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +2x & +8 & \\
 & & -(+2x & +8) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & & \\
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + x^2 - 10x + 8 = \left(x^2 - 3x + 2\right) \times (x + 4)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 3x + 2$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{3 - 1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{3 + 1}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 4) \times x^2 - 3x + 2$

►**2.** Soit $F = 2x^3 + 13x^2 + 12x - 27)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$
\begin{array}{cccc|l}
+2x^3 & +13x^2 & +12x & -27 & x-1 \\
\cline{5-5}
-(+2x^3 & -2x^2) & & & 2x^2+15x+27 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +15x^2 & +12x & & \\
 & -(+15x^2 & -15x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +27x & -27 & \\
 & & -(+27x & -27) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & & \\
\end{array}
$$

On a

$$2x^3 + 13x^2 + 12x - 27 = \left(2x^2 + 15x + 27\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 2x^2 + 15x + 27$
Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 2 \times 27 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-15 - \sqrt{9}}{2 \times 2} &= \frac{-15 - \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{-15 - 3}{4} \\ &= \frac{-18}{4} \\ &= \frac{-9_{\times 2}}{2_{\times 2}} \\ &= \frac{-9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-15 + \sqrt{9}}{2 \times 2} &= \frac{-15 + \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{-15 + 3}{4} \\ &= \frac{-12}{4} \\ &= -3 \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-9}{2}$ et $x_2 = -3$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{9}{2}\right)\right)(x - (-3)) = 2 \times \left(x + \frac{9}{2}\right)(x + 3)$$

On en conclue donc que $F = 2\,(x-1)\left(x + \dfrac{9}{2}\right)(x+3)$