Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Soit $E = x^3 - 2x^2 - 45x + 126)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{cccc|l}
+1x^3 & -2x^2 & -45x & +126 & x+7 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-9x+18 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -9x^2 & -45x & & \\
 & -(-9x^2 & -63x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +18x & +126 & \\
 & & -(+18x & +126) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 45x + 126 = \left(x^2 - 9x + 18\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 9x + 18$
Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{9 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{9 - 3}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-9) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{9 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{9 + 3}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 3)(x - 6)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)(x - 3)(x - 6)$

►**2.** Soit $F = 2x^3 + x^2 - x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(2x^2 + x - 1\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 2x^2 + x - 1$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times 2} &= \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{-1 - 3}{4} \\ &= \frac{-4}{4} \\ &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times 2} &= \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{-1 + 3}{4} \\ &= \frac{2}{4} \\ &= \frac{1_{\times 2}}{2_{\times 2}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times (x - (-1))\left(x - \frac{1}{2}\right) = 2 \times (x + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = 2x(x + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Soit $E = x^3 + 10x^2 + 3x - 54)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +10x^2 & +3x & -54 & x+9 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+x-6 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +1x^2 & +3x & & \\
 & -(+1x^2 & +9x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -6x & -54 & \\
 & & -(-6x & -54) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 10x^2 + 3x - 54 = \left(x^2 + x - 6\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + x - 6$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{25}}{2\times1} &= \frac{-1-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-1-5}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{25}}{2\times1} &= \frac{-1+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-1+5}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-3))\,(x - 2) = (x + 3)\,(x - 2)$$

On en conclue donc que $E = (x + 9)\,(x + 3)\,(x - 2)$

►**2.** Soit $F = 4x^3 - 27x^2 + 38x - 15)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+4x^3 & -27x^2 & +38x & -15 & x-1 \\
\cline{5-5}
-(+4x^3 & -4x^2) & & & 4x^2-23x+15 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -23x^2 & +38x & & \\
 & -(-23x^2 & +23x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +15x & -15 & \\
 & & -(+15x & -15) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$4x^3 - 27x^2 + 38x - 15 = \left(4x^2 - 23x + 15\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 4x^2 - 23x + 15$
Je calcule $\Delta = (-23)^2 - 4 \times 4 \times 15 = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-23)-\sqrt{289}}{2\times 4} &= \frac{23-\sqrt{289}}{8}\\ &= \frac{23-17}{8}\\ &= \frac{6}{8}\\ &= \frac{3_{\times 2}}{4_{\times 2}}\\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-23)+\sqrt{289}}{2\times 4} &= \frac{23+\sqrt{289}}{8}\\ &= \frac{23+17}{8}\\ &= \frac{40}{8}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{3}{4}$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 4 \times \left(x - \frac{3}{4}\right)(x-5)$$

On en conclue donc que $F = 4\,(x-1)\left(x - \dfrac{3}{4}\right)(x-5)$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Soit $E = x^3 - 11x^2 + 7x + 147)$

a) Comme $E(-3) = 0$, on peut diviser E par $x+3$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -11x^2 & +7x & +147 & x+3 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +3x^2) & & & x^2-14x+49 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -14x^2 & +7x & & \\ & -(-14x^2 & -42x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +49x & +147 & \\ & & -(+49x & +147) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 11x^2 + 7x + 147 = \left(x^2 - 14x + 49\right) \times (x+3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 14x + 49$
Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 49 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-(-14)}{2\times 1} = 7$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-7)^2$$

On en conclue donc que $E = (x+3) \times (x-7)^2$

►**2.** Soit $F = 5x^3 - 14x^2 + 13x - 4)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x-1$

$$\begin{array}{rrrr|l} +5x^3 & -14x^2 & +13x & -4 & x-1 \\ \cline{5-5} -(+5x^3 & -5x^2) & & & 5x^2-9x+4 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -9x^2 & +13x & & \\ & -(-9x^2 & +9x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +4x & -4 & \\ & & -(+4x & -4) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$5x^3 - 14x^2 + 13x - 4 = \left(5x^2 - 9x + 4\right) \times (x-1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 5x^2 - 9x + 4$
Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 5 \times 4 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9)-\sqrt{1}}{2\times 5} &= \frac{9-\sqrt{1}}{10} \\ &= \frac{9-1}{10} \\ &= \frac{8}{10} \\ &= \frac{4_{\times 2}}{5_{\times 2}} \\ &= \frac{4}{5} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-9)+\sqrt{1}}{2\times 5} &= \frac{9+\sqrt{1}}{10} \\ &= \frac{9+1}{10} \\ &= \frac{10}{10} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{4}{5}$ et $x_2 = 1$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 5 \times \left(x - \frac{4}{5}\right)(x-1)$$

On en conclue donc que $F = 5\,(x-1)\left(x - \dfrac{4}{5}\right)(x-1)$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Soit $E = x^3 + 9x^2 - 82x - 720)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +9x^2 & -82x & -720 & x+10 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-x-72 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -1x^2 & -82x & & \\ & -(-1x^2 & -10x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -72x & -720 & \\ & & -(-72x & -720) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 9x^2 - 82x - 720 = \left(x^2 - x - 72\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - x - 72$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-72) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)-\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{289}}{2} \\ &= \frac{1-17}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-1)+\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{289}}{2} \\ &= \frac{1+17}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-8))\,(x - 9) = (x + 8)\,(x - 9)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\,(x + 8)\,(x - 9)$

►**2.** Soit $F = -28x^3 - 9x^2 + 4x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(-28x^2 - 9x + 4\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -28x^2 - 9x + 4$
Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times (-28) \times 4 = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-9)+\sqrt{529}}{2\times(-28)} &= \frac{9+\sqrt{529}}{-56}\\ &= \frac{9+23}{-56}\\ &= \frac{32}{-56}\\ &= \frac{-4_{\times(-8)}}{7_{\times(-8)}}\\ &= \frac{-4}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-9)-\sqrt{529}}{2\times(-28)} &= \frac{9-\sqrt{529}}{-56}\\ &= \frac{9-23}{-56}\\ &= \frac{-14}{-56}\\ &= \frac{1_{\times(-14)}}{4_{\times(-14)}}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-4}{7}$ et $x_2 = \frac{1}{4}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -28 \times \left(x - \left(-\frac{4}{7}\right)\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = -28 \times \left(x + \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

On en conclue donc que $F = -28x\left(x + \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Soit $E = x^3 + 5x^2 - 56x - 60)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +5x^2 & -56x & -60 & x+10 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-5x-6 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -5x^2 & -56x & & \\ & -(-5x^2 & -50x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -6x & -60 & \\ & & -(-6x & -60) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 5x^2 - 56x - 60 = \left(x^2 - 5x - 6\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 5x - 6$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{5-\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{5-7}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{5+\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{5+7}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-1))(x - 6) = (x + 1)(x - 6)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)(x + 1)(x - 6)$

►**2.** Soit $F = 22x^3 - 23x^2 - 5x + 6)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+22x^3 & -23x^2 & -5x & +6 & \quad x-1 \\ \cline{5-5}
-(+22x^3 & -22x^2) & & & 22x^2 - x - 6 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & -5x & & \\
& -(-1x^2 & +1x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -6x & +6 & \\
& & -(-6x & +6) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$22x^3 - 23x^2 - 5x + 6 = \left(22x^2 - x - 6\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 22x^2 - x - 6$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 22 \times (-6) = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{529}}{2 \times 22} &= \frac{1 - \sqrt{529}}{44} \\ &= \frac{1 - 23}{44} \\ &= \frac{-22}{44} \\ &= \frac{-1_{\times 22}}{2_{\times 22}} \\ &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{529}}{2 \times 22} &= \frac{1 + \sqrt{529}}{44} \\ &= \frac{1 + 23}{44} \\ &= \frac{24}{44} \\ &= \frac{6_{\times 4}}{11_{\times 4}} \\ &= \frac{6}{11} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{6}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 22 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \frac{6}{11}\right) = 22 \times \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{6}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = 22\,(x - 1)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)\left(x - \dfrac{6}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 - 37x + 84)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +0x^2 & -37x & +84 & \quad x+7 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2 - 7x + 12 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -7x^2 & -37x & & \\
& -(-7x^2 & -49x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +12x & +84 & \\
& & -(+12x & +84) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 37x + 84 = \left(x^2 - 7x + 12\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 7x + 12$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-7)-\sqrt{1}}{2\times 1} = \frac{7-\sqrt{1}}{2} = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{-(-7)+\sqrt{1}}{2\times 1} = \frac{7+\sqrt{1}}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-3)(x-4)$$

On en conclue donc que $E = (x+7)(x-3)(x-4)$

►2. Soit $F = 2x^3 - 17x^2 + 46x - 40)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+2x^3 & -17x^2 & +46x & -40 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(+2x^3 & -4x^2) & & & 2x^2-13x+20 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -13x^2 & +46x & & \\
& -(-13x^2 & +26x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +20x & -40 & \\
& & -(+20x & -40) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$2x^3 - 17x^2 + 46x - 40 = \left(2x^2 - 13x + 20\right) \times (x-2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 2x^2 - 13x + 20$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 2 \times 20 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-13)-\sqrt{9}}{2\times 2} = \frac{13-\sqrt{9}}{4} = \frac{13-3}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5_{\times 2}}{2_{\times 2}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{-(-13)+\sqrt{9}}{2\times 2} = \frac{13+\sqrt{9}}{4} = \frac{13+3}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{5}{2}$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 2 \times \left(x - \frac{5}{2}\right)(x-4)$$

On en conclue donc que $F = 2(x-2)\left(x - \frac{5}{2}\right)(x-4)$