Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 + 20x^2 + 109x + 90)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +20x^2 & +109x & +90 & x+10 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+10x+9 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +10x^2 & +109x & & \\
& -(+10x^2 & +100x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +9x & +90 & \\
& & -(+9x & +90) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 20x^2 + 109x + 90 = \left(x^2 + 10x + 9\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 10x + 9$
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 9 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-10-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-10-\sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{-10-8}{2} \\ &= \frac{-18}{2} \\ &= -9 \end{aligned}
\qquad
\begin{aligned} \frac{-10+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-10+\sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{-10+8}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-9))\,(x - (-1)) = (x + 9)\,(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\,(x + 9)\,(x + 1)$

►2. Soit $F = -25x^3 + 75x^2 - 71x + 21)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-25x^3 & +75x^2 & -71x & +21 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-25x^3 & +25x^2) & & & -25x^2+50x-21 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +50x^2 & -71x & & \\
& -(+50x^2 & -50x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -21x & +21 & \\
& & -(-21x & +21) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-25x^3 + 75x^2 - 71x + 21 = \left(-25x^2 + 50x - 21\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -25x^2 + 50x - 21$
Je calcule $\Delta = 50^2 - 4 \times (-25) \times (-21) = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-50+\sqrt{400}}{2\times(-25)} &= \frac{-50+\sqrt{400}}{-50}\\ &= \frac{-50+20}{-50}\\ &= \frac{-30}{-50}\\ &= \frac{3_{\times(-10)}}{5_{\times(-10)}}\\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-50-\sqrt{400}}{2\times(-25)} &= \frac{-50-\sqrt{400}}{-50}\\ &= \frac{-50-20}{-50}\\ &= \frac{-70}{-50}\\ &= \frac{7_{\times(-10)}}{5_{\times(-10)}}\\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{3}{5}$ et $x_2 = \frac{7}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -25 \times \left(x - \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -25\,(x-1)\left(x - \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Soit $E = x^3 + 26x^2 + 225x + 648)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x+9$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +26x^2 & +225x & +648 & x+9 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+17x+72 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +17x^2 & +225x & & \\ & -(+17x^2 & +153x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +72x & +648 & \\ & & -(+72x & +648) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 26x^2 + 225x + 648 = \left(x^2 + 17x + 72\right) \times (x+9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 17x + 72$
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 1 \times 72 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-17-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-17-1}{2}\\ &= \frac{-18}{2}\\ &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-17+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-17+1}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -8$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-(-9))\,(x-(-8)) = (x+9)\,(x+8)$$

On en conclue donc que $E = (x+9)\,(x+9)\,(x+8)$

►2. Soit $F = -8x^3 - 26x^2 - 23x - 6)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{cccc|l}
-8x^3 & -26x^2 & -23x & -6 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(-8x^3 & -16x^2) & & & -8x^2 - 10x - 3 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -10x^2 & -23x & & \\
& -(-10x^2 & -20x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -3x & -6 & \\
& & -(-3x & -6) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-8x^3 - 26x^2 - 23x - 6 = \left(-8x^2 - 10x - 3\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -8x^2 - 10x - 3$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times (-8) \times (-3) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-(-10) + \sqrt{4}}{2 \times (-8)} &= \frac{10 + \sqrt{4}}{-16} \\
&= \frac{10 + 2}{-16} \\
&= \frac{12}{-16} \\
&= \frac{-3_{\times(-4)}}{4_{\times(-4)}} \\
&= \frac{-3}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{-(-10) - \sqrt{4}}{2 \times (-8)} &= \frac{10 - \sqrt{4}}{-16} \\
&= \frac{10 - 2}{-16} \\
&= \frac{8}{-16} \\
&= \frac{-1_{\times(-8)}}{2_{\times(-8)}} \\
&= \frac{-1}{2}
\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-3}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -8 \times \left(x - \left(-\frac{3}{4}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = -8 \times \left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -8\,(x + 2)\left(x + \dfrac{3}{4}\right)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 + 2x^2 - 48x)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{cccc|l}
+1x^3 & +2x^2 & -48x & +0 & x+8 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2 - 6x \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -6x^2 & -48x & & \\
& -(-6x^2 & -48x) & & \\ \cline{2-3}
& +0 & & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 2x^2 - 48x = \left(x^2 - 6x\right) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 6x$
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-6)-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{6-\sqrt{36}}{2} = \frac{6-6}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\frac{-(-6)+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{6+\sqrt{36}}{2} = \frac{6+6}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-0)(x-6)$$

On en conclue donc que $E = (x+8)(x-0)(x-6)$

►**2.** Soit $F = -7x^3 - 17x^2 - 2x + 8)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x+1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-7x^3 & -17x^2 & -2x & +8 & x+1 \\
\cline{5-5}
-(-7x^3 & -7x^2) & & & -7x^2-10x+8 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -10x^2 & -2x & & \\
& -(-10x^2 & -10x) & & \\
\cline{2-3}
& +0x^2 & +8x & +8 & \\
& & -(+8x & +8) & \\
\cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-7x^3 - 17x^2 - 2x + 8 = \left(-7x^2 - 10x + 8\right) \times (x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -7x^2 - 10x + 8$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times (-7) \times 8 = 324$ et $\sqrt{324} = 18$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-10)+\sqrt{324}}{2\times(-7)} = \frac{10+\sqrt{324}}{-14} = \frac{10+18}{-14} = \frac{28}{-14} = -2$$

$$\frac{-(-10)-\sqrt{324}}{2\times(-7)} = \frac{10-\sqrt{324}}{-14} = \frac{10-18}{-14} = \frac{-8}{-14} = \frac{4_{\times(-2)}}{7_{\times(-2)}} = \frac{4}{7}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{4}{7}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -7 \times (x-(-2))\left(x - \frac{4}{7}\right) = -7 \times (x+2)\left(x - \frac{4}{7}\right)$$

On en conclue donc que $F = -7(x+1)(x+2)\left(x - \frac{4}{7}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

▶**1.** Soit $E = x^3 + 4x^2 - 21x)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{cccc|c} +1x^3 & +4x^2 & -21x & +0 & x+7 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2 - 3x \\ \cline{1-2} +0x^3 & -3x^2 & -21x & & \\ & -(-3x^2 & -21x) & & \\ \cline{2-3} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 4x^2 - 21x = \left(x^2 - 3x\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 3x$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-3) - \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{3 - \sqrt{9}}{2} = \frac{3 - 3}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\frac{-(-3) + \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{3 + \sqrt{9}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 3)$$

On en conclue donc que $E = (x + 7)(x - 0)(x - 3)$

▶**2.** Soit $F = -12x^3 - 17x^2 - 5x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(-12x^2 - 17x - 5\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -12x^2 - 17x - 5$
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times (-12) \times (-5) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-17) + \sqrt{49}}{2 \times (-12)} = \frac{17 + \sqrt{49}}{-24} = \frac{17 + 7}{-24} = \frac{24}{-24} = -1$$

$$\frac{-(-17) - \sqrt{49}}{2 \times (-12)} = \frac{17 - \sqrt{49}}{-24} = \frac{17 - 7}{-24} = \frac{10}{-24} = \frac{-5_{\times(-2)}}{12_{\times(-2)}} = \frac{-5}{12}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-5}{12}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -12 \times (x - (-1))\left(x - \left(-\frac{5}{12}\right)\right) = -12 \times (x + 1)\left(x + \frac{5}{12}\right)$$

On en conclue donc que $F = -12x(x + 1)\left(x + \frac{5}{12}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►1. Soit $E = x^3 - 4x^2 + 3x)$

a) On remarque que E peut se factoriser par x et $E = x\left(x^2 - 4x + 3\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 4x + 3$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4) - \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{4 - \sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{4-2}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \times 1} &= \frac{4 + \sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{4+2}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-1)(x-3)$$

On en conclue donc que $E = x(x-1)(x-3)$

►2. Soit $F = 96x^3 - 76x^2 - 41x + 21)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{cccc|c}
+96x^3 & -76x^2 & -41x & +21 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(+96x^3 & -96x^2) & & & 96x^2+20x-21 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +20x^2 & -41x & & \\
 & -(+20x^2 & -20x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -21x & +21 & \\
 & & -(-21x & +21) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$96x^3 - 76x^2 - 41x + 21 = \left(96x^2 + 20x - 21\right) \times (x-1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 96x^2 + 20x - 21$
Je calcule $\Delta = 20^2 - 4 \times 96 \times (-21) = 8\,464$ et $\sqrt{8\,464} = 92$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-20 - \sqrt{8\,464}}{2 \times 96} &= \frac{-20 - \sqrt{8\,464}}{192}\\ &= \frac{-20-92}{192}\\ &= \frac{-112}{192}\\ &= \frac{-7_{\times 16}}{12_{\times 16}}\\ &= \frac{-7}{12}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-20 + \sqrt{8\,464}}{2 \times 96} &= \frac{-20 + \sqrt{8\,464}}{192}\\ &= \frac{-20+92}{192}\\ &= \frac{72}{192}\\ &= \frac{3_{\times 24}}{8_{\times 24}}\\ &= \frac{3}{8}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-7}{12}$ et $x_2 = \frac{3}{8}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 96 \times \left(x - \left(-\frac{7}{12}\right)\right)\left(x - \frac{3}{8}\right) = 96 \times \left(x + \frac{7}{12}\right)\left(x - \frac{3}{8}\right)$$

On en conclue donc que $F = 96(x-1)\left(x + \frac{7}{12}\right)\left(x - \frac{3}{8}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Soit $E = x^3 - 11x^2 + 32x - 28)$

a) Comme $E(2) = 0$, on peut diviser E par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -11x^2 & +32x & -28 & x-2 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & -2x^2) & & & x^2-9x+14 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -9x^2 & +32x & & \\ & -(-9x^2 & +18x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +14x & -28 & \\ & & -(+14x & -28) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 11x^2 + 32x - 28 = \left(x^2 - 9x + 14\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 9x + 14$
Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 14 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-9) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{9 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{9-5}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-9) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{9 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{9+5}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 7$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 7)$$

On en conclue donc que $E = (x - 2)(x - 2)(x - 7)$

▶**2.** Soit $F = -18x^3 - 39x^2 + 7x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(-18x^2 - 39x + 7\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -18x^2 - 39x + 7$
Je calcule $\Delta = (-39)^2 - 4 \times (-18) \times 7 = 2\,025$ et $\sqrt{2\,025} = 45$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-39) + \sqrt{2\,025}}{2 \times (-18)} &= \frac{39 + \sqrt{2\,025}}{-36} \\ &= \frac{39+45}{-36} \\ &= \frac{84}{-36} \\ &= \frac{-7_{\times(-12)}}{3_{\times(-12)}} \\ &= \frac{-7}{3} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-39) - \sqrt{2\,025}}{2 \times (-18)} &= \frac{39 - \sqrt{2\,025}}{-36} \\ &= \frac{39-45}{-36} \\ &= \frac{-6}{-36} \\ &= \frac{1_{\times(-6)}}{6_{\times(-6)}} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-7}{3}$ et $x_2 = \dfrac{1}{6}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -18 \times \left(x - \left(-\frac{7}{3}\right)\right)\left(x - \frac{1}{6}\right) = -18 \times \left(x + \frac{7}{3}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right)$$

On en conclue donc que $F = -18x\left(x + \dfrac{7}{3}\right)\left(x - \dfrac{1}{6}\right)$