Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 36x + 72)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -2x^2 & -36x & +72 & x+6 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2-8x+12 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -8x^2 & -36x & & \\
& -(-8x^2 & -48x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +12x & +72 & \\
& & -(+12x & +72) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 36x + 72 = \left(x^2 - 8x + 12\right) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 8x + 12$
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-8) - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{8 - \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{8-4}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-8) + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{8 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{8+4}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 6)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)(x - 2)(x - 6)$

►2. Soit $F = -15x^3 - 67x^2 - 94x - 40)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-15x^3 & -67x^2 & -94x & -40 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(-15x^3 & -30x^2) & & & -15x^2-37x-20 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -37x^2 & -94x & & \\
& -(-37x^2 & -74x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -20x & -40 & \\
& & -(-20x & -40) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-15x^3 - 67x^2 - 94x - 40 = \left(-15x^2 - 37x - 20\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -15x^2 - 37x - 20$
Je calcule $\Delta = (-37)^2 - 4 \times (-15) \times (-20) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)+\sqrt{169}}{2\times(-15)} &= \frac{37+\sqrt{169}}{-30}\\ &= \frac{37+13}{-30}\\ &= \frac{50}{-30}\\ &= \frac{-5_{\times(-10)}}{3_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-5}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)-\sqrt{169}}{2\times(-15)} &= \frac{37-\sqrt{169}}{-30}\\ &= \frac{37-13}{-30}\\ &= \frac{24}{-30}\\ &= \frac{-4_{\times(-6)}}{5_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-4}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-5}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-4}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -15\times\left(x-\left(-\frac{5}{3}\right)\right)\left(x-\left(-\frac{4}{5}\right)\right) = -15\times\left(x+\frac{5}{3}\right)\left(x+\frac{4}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -15\,(x+2)\left(x+\dfrac{5}{3}\right)\left(x+\dfrac{4}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

►1. Soit $E = x^3 + 20x^2 + 100x)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +20x^2 & +100x & +0 & x+10 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+10x \\ \cline{1-2} +0x^3 & +10x^2 & +100x & & \\ & -(+10x^2 & +100x) & & \\ \cline{2-3} & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 20x^2 + 100x = \left(x^2 + 10x\right)\times(x+10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 10x$
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4\times1\times0 = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-10-\sqrt{100}}{2\times1} &= \frac{-10-\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{-10-10}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-10+\sqrt{100}}{2\times1} &= \frac{-10+\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{-10+10}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 0$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-(-10))\,(x-0) = (x+10)\,(x)$$

On en conclue donc que $E = (x+10)\,(x+10)\,(x)$

►2. Soit $F = -5x^3 - 14x^2 + x + 18)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-5x^3 & -14x^2 & +1x & +18 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-5x^3 & +5x^2) & & & -5x^2-19x-18 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -19x^2 & +1x & & \\
& -(-19x^2 & +19x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -18x & +18 & \\
& & -(-18x & +18) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-5x^3 - 14x^2 + x + 18 = \left(-5x^2 - 19x - 18\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -5x^2 - 19x - 18$
Je calcule $\Delta = (-19)^2 - 4 \times (-5) \times (-18) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-19)+\sqrt{1}}{2\times(-5)} &= \frac{19+\sqrt{1}}{-10} \\ &= \frac{19+1}{-10} \\ &= \frac{20}{-10} \\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-19)-\sqrt{1}}{2\times(-5)} &= \frac{19-\sqrt{1}}{-10} \\ &= \frac{19-1}{-10} \\ &= \frac{18}{-10} \\ &= \frac{-9_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}} \\ &= \frac{-9}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \dfrac{-9}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -5 \times (x - (-2))\left(x - \left(-\frac{9}{5}\right)\right) = -5 \times (x+2)\left(x + \frac{9}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -5\,(x-1)\,(x+2)\left(x + \dfrac{9}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Soit $E = x^3 - 3x^2 - 64x + 192)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -3x^2 & -64x & +192 & x+8 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-11x+24 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -11x^2 & -64x & & \\
& -(-11x^2 & -88x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +24x & +192 & \\
& & -(+24x & +192) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 3x^2 - 64x + 192 = \left(x^2 - 11x + 24\right) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 11x + 24$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-11)-\sqrt{25}}{2\times 1}=\frac{11-\sqrt{25}}{2}=\frac{11-5}{2}=\frac{6}{2}=3$$

$$\frac{-(-11)+\sqrt{25}}{2\times 1}=\frac{11+\sqrt{25}}{2}=\frac{11+5}{2}=\frac{16}{2}=8$$

Les racines de E_2 sont $x_1=3$ et $x_2=8$.
On peut donc écrire

$$E_2(x)=(x-3)(x-8)$$

On en conclue donc que $E=(x+8)(x-3)(x-8)$

►**2.** Soit $F=-5x^3-9x^2-3x+1)$

a) Comme $F(-1)=0$, on peut diviser F par $x+1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-5x^3 & -9x^2 & -3x & +1 & x+1 \\
\cline{5-5}
-(-5x^3 & -5x^2) & & & -5x^2-4x+1 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -4x^2 & -3x & & \\
 & -(-4x^2 & -4x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +1x & +1 & \\
 & & -(+1x & +1) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-5x^3-9x^2-3x+1=\left(-5x^2-4x+1\right)\times(x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2=-5x^2-4x+1$
Je calcule $\Delta=(-4)^2-4\times(-5)\times 1=36$ et $\sqrt{36}=6$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-4)+\sqrt{36}}{2\times(-5)}=\frac{4+\sqrt{36}}{-10}=\frac{4+6}{-10}=\frac{10}{-10}=-1$$

$$\frac{-(-4)-\sqrt{36}}{2\times(-5)}=\frac{4-\sqrt{36}}{-10}=\frac{4-6}{-10}=\frac{-2}{-10}=\frac{1_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}=\frac{1}{5}$$

Les racines de F_2 sont $x_1=-1$ et $x_2=\frac{1}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x)=-5\times(x-(-1))\left(x-\frac{1}{5}\right)=-5\times(x+1)\left(x-\frac{1}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F=-5(x+1)(x+1)\left(x-\frac{1}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

▶**1.** Soit $E = x^3 + 13x^2 + 32x + 20)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +13x^2 & +32x & +20 & x+10 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+3x+2 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +3x^2 & +32x & & \\ & -(+3x^2 & +30x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +2x & +20 & \\ & & -(+2x & +20) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 13x^2 + 32x + 20 = \left(x^2 + 3x + 2\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 + 3x + 2$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-3-1}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-3+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-3+1}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-2))\,(x - (-1)) = (x + 2)\,(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\,(x + 2)\,(x + 1)$

▶**2.** Soit $F = 20x^3 - 24x^2 + 7x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(20x^2 - 24x + 7\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 20x^2 - 24x + 7$
Je calcule $\Delta = (-24)^2 - 4 \times 20 \times 7 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-24)-\sqrt{16}}{2\times 20} &= \frac{24-\sqrt{16}}{40} \\ &= \frac{24-4}{40} \\ &= \frac{20}{40} \\ &= \frac{1_{\times 20}}{2_{\times 20}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-24)+\sqrt{16}}{2\times 20} &= \frac{24+\sqrt{16}}{40} \\ &= \frac{24+4}{40} \\ &= \frac{28}{40} \\ &= \frac{7_{\times 4}}{10_{\times 4}} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{7}{10}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 20 \times \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{10}\right)$$

On en conclue donc que $F = 20x\left(x - \dfrac{1}{2}\right)\left(x - \dfrac{7}{10}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Soit $E = x^3 - 6x^2 + 3x + 10)$

a) Comme $E(-1) = 0$, on peut diviser E par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -6x^2 & +3x & +10 & \quad x+1 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +1x^2) & & & x^2-7x+10 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -7x^2 & +3x & & \\ & -(-7x^2 & -7x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +10x & +10 & \\ & & -(+10x & +10) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = \left(x^2 - 7x + 10\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2 - 7x + 10$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-7) - \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{7 - \sqrt{9}}{2} = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{-(-7) + \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{7 + \sqrt{9}}{2} = \frac{7+3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 2)(x - 5)$$

On en conclue donc que $E = (x + 1)(x - 2)(x - 5)$

►**2.** Soit $F = 9x^3 - 14x^2 - 35x - 12)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} +9x^3 & -14x^2 & -35x & -12 & \quad x+1 \\ \cline{5-5} -(+9x^3 & +9x^2) & & & 9x^2-23x-12 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -23x^2 & -35x & & \\ & -(-23x^2 & -23x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -12x & -12 & \\ & & -(-12x & -12) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$9x^3 - 14x^2 - 35x - 12 = \left(9x^2 - 23x - 12\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = 9x^2 - 23x - 12$
Je calcule $\Delta = (-23)^2 - 4 \times 9 \times (-12) = 961$ et $\sqrt{961} = 31$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-23)-\sqrt{961}}{2\times 9} &= \frac{23-\sqrt{961}}{18}\\ &= \frac{23-31}{18}\\ &= \frac{-8}{18}\\ &= \frac{-4_{\times 2}}{9_{\times 2}}\\ &= \frac{-4}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-23)+\sqrt{961}}{2\times 9} &= \frac{23+\sqrt{961}}{18}\\ &= \frac{23+31}{18}\\ &= \frac{54}{18}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-4}{9}$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 9\times\left(x-\left(-\frac{4}{9}\right)\right)(x-3) = 9\times\left(x+\frac{4}{9}\right)(x-3)$$

On en conclue donc que $F = 9\,(x+1)\left(x+\frac{4}{9}\right)(x-3)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3+3x^2-24x+28)$

a) Comme $E(-7)=0$, on peut diviser E par $x+7$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +3x^2 & -24x & +28 & x+7 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-4x+4 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -4x^2 & -24x & & \\ & -(-4x^2 & -28x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +4x & +28 & \\ & & -(+4x & +28) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3+3x^2-24x+28 = \left(x^2-4x+4\right)\times(x+7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $E_2 = x^2-4x+4$

Je calcule $\Delta = (-4)^2-4\times 1\times 4 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-(-4)}{2\times 1} = 2$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-2)^2$$

On en conclue donc que $E = (x+7)\times(x-2)^2$

►2. Soit $F = -72x^3-103x^2+78x-8)$

a) Comme $F(-2)=0$, on peut diviser F par $x+2$

$$\begin{array}{rrrr|l} -72x^3 & -103x^2 & +78x & -8 & x+2 \\ \cline{5-5} -(-72x^3 & -144x^2) & & & -72x^2+41x-4 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +41x^2 & +78x & & \\ & -(+41x^2 & +82x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -4x & -8 & \\ & & -(-4x & -8) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-72x^3-103x^2+78x-8 = \left(-72x^2+41x-4\right)\times(x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynome $F_2 = -72x^2 + 41x - 4$
Je calcule $\Delta = 41^2 - 4 \times (-72) \times (-4) = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-41 + \sqrt{529}}{2 \times (-72)} &= \frac{-41 + \sqrt{529}}{-144} \\ &= \frac{-41 + 23}{-144} \\ &= \frac{-18}{-144} \\ &= \frac{1_{\times(-18)}}{8_{\times(-18)}} \\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-41 - \sqrt{529}}{2 \times (-72)} &= \frac{-41 - \sqrt{529}}{-144} \\ &= \frac{-41 - 23}{-144} \\ &= \frac{-64}{-144} \\ &= \frac{4_{\times(-16)}}{9_{\times(-16)}} \\ &= \frac{4}{9}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{1}{8}$ et $x_2 = \dfrac{4}{9}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -72 \times \left(x - \frac{1}{8}\right)\left(x - \frac{4}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = -72\,(x + 2)\left(x - \dfrac{1}{8}\right)\left(x - \dfrac{4}{9}\right)$