Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 7x - 8$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{7-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{7-9}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{7+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{7+9}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 8$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0	5
$P(x)$	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -28x^2 + 65x - 28$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 65^2 - 4 \times (-28) \times (-28) = 1\,089$ et $\sqrt{1\,089} = 33$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-65+\sqrt{1\,089}}{2\times(-28)} &= \frac{-65+\sqrt{1\,089}}{-56}\\ &= \frac{-65+33}{-56}\\ &= \frac{-32}{-56}\\ &= \frac{4_{\times(-8)}}{7_{\times(-8)}}\\ &= \frac{4}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-65-\sqrt{1\,089}}{2\times(-28)} &= \frac{-65-\sqrt{1\,089}}{-56}\\ &= \frac{-65-33}{-56}\\ &= \frac{-98}{-56}\\ &= \frac{7_{\times(-14)}}{4_{\times(-14)}}\\ &= \frac{7}{4}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{4}{7}$ et $x_2 = \frac{7}{4}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{4}{7}$		$\frac{7}{4}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 2 = -8$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2x$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 0 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-2-2}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-2+2}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 0$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -2 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -25x^2 + 30x + 27$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 30^2 - 4 \times (-25) \times 27 = 3\,600$ et $\sqrt{3\,600} = 60$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-30+\sqrt{3\,600}}{2\times(-25)} &= \frac{-30+\sqrt{3\,600}}{-50}\\ &= \frac{-30+60}{-50}\\ &= \frac{30}{-50}\\ &= \frac{-3_{\times(-10)}}{5_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-30-\sqrt{3\,600}}{2\times(-25)} &= \frac{-30-\sqrt{3\,600}}{-50}\\ &= \frac{-30-60}{-50}\\ &= \frac{-90}{-50}\\ &= \frac{9_{\times(-10)}}{5_{\times(-10)}}\\ &= \frac{9}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3}{5}$ et $x_2 = \frac{9}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{3}{5}$		$\frac{9}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 5x + 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 6 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{49}}{2\times(-1)} &= \frac{-5+\sqrt{49}}{-2}\\ &= \frac{-5+7}{-2}\\ &= \frac{2}{-2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{49}}{2\times(-1)} &= \frac{-5-\sqrt{49}}{-2}\\ &= \frac{-5-7}{-2}\\ &= \frac{-12}{-2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-1		6		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 15x + 56$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 56 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-15)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{15-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{15-1}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-15)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{15+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{15+1}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 7$ et $x_2 = 8$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 3x - 70$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-70) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)-\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{3-\sqrt{289}}{2}\\ &= \frac{3-17}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)+\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{3+\sqrt{289}}{2}\\ &= \frac{3+17}{2}\\ &= \frac{20}{2}\\ &= 10\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 et 10 ne sont pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		5
$P(x)$		$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 6x - 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 56$ et $\sqrt{56} = 2\sqrt{14}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{56}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{56}}{2}\\ &= \frac{-6-2\sqrt{14}}{2}\\ &= \frac{-3_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{14}}{1_{\times 2}}\\ &= -3-\sqrt{14}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{56}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{56}}{2}\\ &= \frac{-6+2\sqrt{14}}{2}\\ &= \frac{-3_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{14}}{1_{\times 2}}\\ &= -3+\sqrt{14}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3-\sqrt{14}$ et $x_2 = -3+\sqrt{14}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-3-\sqrt{14}$		$-3+\sqrt{14}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 4

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 4x - 5$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4\times 1\times(-5) = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{4-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{4-6}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{4+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{4+6}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	0		1		3		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -55x^2 + 21x + 54$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 21^2 - 4\times(-55)\times 54 = 12\,321$ et $\sqrt{12\,321} = 111$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-21+\sqrt{12\,321}}{2\times(-55)} &= \frac{-21+\sqrt{12\,321}}{-110}\\ &= \frac{-21+111}{-110}\\ &= \frac{90}{-110}\\ &= \frac{-9_{\times(-10)}}{11_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-9}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-21-\sqrt{12\,321}}{2\times(-55)} &= \frac{-21-\sqrt{12\,321}}{-110}\\ &= \frac{-21-111}{-110}\\ &= \frac{-132}{-110}\\ &= \frac{6_{\times(-22)}}{5_{\times(-22)}}\\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-9}{11}$ et $x_2 = \dfrac{6}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\dfrac{9}{11}$		$\dfrac{6}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 10$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 40$ et $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0-\sqrt{40}}{2\times 1} &= \frac{-\sqrt{40}}{2}\\ &= \frac{-2\sqrt{10}}{2}\\ &= \frac{0_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{10}}{1_{\times 2}}\\ &= -\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-0+\sqrt{40}}{2\times 1} &= \frac{+\sqrt{40}}{2}\\ &= \frac{+2\sqrt{10}}{2}\\ &= \frac{0_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{10}}{1_{\times 2}}\\ &= \sqrt{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -\sqrt{10}$ et $x_2 = \sqrt{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-\sqrt{10}$		$\sqrt{10}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 2x - 3$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{2-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{2-4}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{2+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{2+4}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $1 - \sqrt{2}$ n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		$1+\sqrt{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = 33x^2 + 118x + 80$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 118^2 - 4 \times 33 \times 80 = 3\,364$ et $\sqrt{3\,364} = 58$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-118-\sqrt{3\,364}}{2\times 33} &= \frac{-118-\sqrt{3\,364}}{66}\\ &= \frac{-118-58}{66}\\ &= \frac{-176}{66}\\ &= \frac{-8_{\times 22}}{3_{\times 22}}\\ &= \frac{-8}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-118+\sqrt{3\,364}}{2\times 33} &= \frac{-118+\sqrt{3\,364}}{66}\\ &= \frac{-118+58}{66}\\ &= \frac{-60}{66}\\ &= \frac{-10_{\times 6}}{11_{\times 6}}\\ &= \frac{-10}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-8}{3}$ et $x_2 = \frac{-10}{11}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{8}{3}$		$-\frac{10}{11}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 - 1$ sur $I = \mathbb{R}$.

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = -4$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	

Corrigé de l'exercice 6

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 8x$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 0 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-8-8}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-8+8}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 0$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.

Or -8 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 - 5x - 6$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times(-1)} = \frac{5+\sqrt{1}}{-2} = \frac{5+1}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$\frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times(-1)} = \frac{5-\sqrt{1}}{-2} = \frac{5-1}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-3		-2		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 3x + 7$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 7 = 37$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3+\sqrt{37}}{2\times(-1)} = \frac{-3+\sqrt{37}}{-2} = \frac{3_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}} = \frac{3-\sqrt{37}}{2}$$

$$\frac{-3-\sqrt{37}}{2\times(-1)} = \frac{-3-\sqrt{37}}{-2} = \frac{3_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}} = \frac{3+\sqrt{37}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{3-\sqrt{37}}{2}$ et $x_2 = \frac{3+\sqrt{37}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{3-\sqrt{37}}{2}$		$\frac{3+\sqrt{37}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 7

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 4x - 32$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-32) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-4)-\sqrt{144}}{2\times 1} = \frac{4-\sqrt{144}}{2} = \frac{4-12}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\frac{-(-4)+\sqrt{144}}{2\times 1} = \frac{4+\sqrt{144}}{2} = \frac{4+12}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $2 - 2\sqrt{7}$ et $2 + 2\sqrt{7}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0 $\qquad\qquad$ 5
$P(x)$	$-$

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = 22x^2 - 25x - 12$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-25)^2 - 4 \times 22 \times (-12) = 1\,681$ et $\sqrt{1\,681} = 41$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-25) - \sqrt{1\,681}}{2 \times 22} &= \frac{25 - \sqrt{1\,681}}{44} \\ &= \frac{25 - 41}{44} \\ &= \frac{-16}{44} \\ &= \frac{-4_{\times 4}}{11_{\times 4}} \\ &= \frac{-4}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-25) + \sqrt{1\,681}}{2 \times 22} &= \frac{25 + \sqrt{1\,681}}{44} \\ &= \frac{25 + 41}{44} \\ &= \frac{66}{44} \\ &= \frac{3_{\times 22}}{2_{\times 22}} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-4}{11}$ et $x_2 = \frac{3}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{4}{11}$		$\frac{3}{2}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + x + 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 8 = 33$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 + \sqrt{33}}{2 \times (-1)} &= \frac{-1 + \sqrt{33}}{-2} \\ &= \frac{1_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{33}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{1 - \sqrt{33}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{33}}{2 \times (-1)} &= \frac{-1 - \sqrt{33}}{-2} \\ &= \frac{1_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{33}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1 - \sqrt{33}}{2}$ et $x_2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{33}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{33}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	