Corrigé de l'exercice 1

▶**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_2 = -4$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au dixième du précédent, on a : $u_3 = \frac{1}{10}u_2 = \frac{1}{10} \times -4 = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5}$; $u_4 = \frac{1}{10}u_3 = \frac{1}{10} \times \frac{-2}{5} = \frac{-2}{50} = \frac{-1}{25}$; $u_5 = \frac{1}{10}u_4 = \frac{1}{10} \times \frac{-1}{25} = \frac{-1}{250}$; $u_6 = \frac{1}{10}u_5 = \frac{1}{10} \times \frac{-1}{250} = \frac{-1}{2500}$; $u_7 = \frac{1}{10}u_6 = \frac{1}{10} \times \frac{-1}{2500} = \frac{-1}{25000}$.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{-1}{25000}$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = \frac{-1}{25}$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = \frac{-1}{2500}$.

▶**2.** La suite u est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = \frac{1}{4}n + 3$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{1}{4} \times 7 + 3 = \frac{7}{4} + \frac{3\times4}{4} = \frac{7+12}{4} = \frac{19}{4}$. La solution est $u_7 = \frac{19}{4}$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{1}{4} \times 4 + 3 = \frac{4}{4} + \frac{3\times4}{4} = \frac{4+12}{4} = 4$. La solution est donc : $u_4 = 4$.

c) On a : $u_6 = \frac{1}{4} \times 6 + 3 = \frac{6}{4} + \frac{3\times4}{4} = \frac{6+12}{4} = \frac{9}{2}$. La solution est donc : $u_6 = \frac{9}{2}$.

▶**3.** La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = -8 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 3 : u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n - 8. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_4 &= \frac{1}{5}u_3 - 8 = \frac{1}{5} \times (-8) - 8 = \frac{-8}{5} - \frac{8\times5}{5} = \frac{-8-40}{5} = \frac{48}{-5} \\
u_5 &= \frac{1}{5}u_4 - 8 = \frac{1}{5} \times \left(\frac{48}{-5}\right) - 8 = \frac{48}{-25} + \frac{-8\times-25}{-25} = \frac{48+200}{-25} = \frac{248}{-25} \\
u_6 &= \frac{1}{5}u_5 - 8 = \frac{1}{5} \times \left(\frac{248}{-25}\right) - 8 = \frac{248}{-125} + \frac{-8\times-125}{-125} = \frac{248+1000}{-125} = \frac{1248}{-125} \\
u_7 &= \frac{1}{5}u_6 - 8 = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1248}{-125}\right) - 8 = \frac{1248}{-625} + \frac{-8\times-625}{-625} = \frac{1248+5000}{-625} = \frac{6248}{-625} \\
u_8 &= \frac{1}{5}u_7 - 8 = \frac{1}{5} \times \left(\frac{6248}{-625}\right) - 8 = \frac{6248}{-3125} + \frac{-8\times-3125}{-3125} = \frac{6248+25000}{-3125} = \frac{31248}{-3125}
\end{aligned}$$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = \frac{31248}{-3125}$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = \frac{48}{-5}$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = \frac{1248}{-125}$.

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_2 = 4$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au quart du précédent, on a : $u_3 = \frac{1}{4}u_2 = \frac{1}{4} \times 4 = \frac{4}{4} = 1$; $u_4 = \frac{1}{4}u_3 = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$; $u_5 = \frac{1}{4}u_4 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$; $u_6 = \frac{1}{4}u_5 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{1}{16}$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = 1$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = \frac{1}{64}$.

▶**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = n - 1$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = 5 - 1 = 4$. La solution est $u_5 = 4$.

b) Le terme de rang 3 est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = 3 - 1 = 2$. La solution est donc : $u_3 = 2$.

c) On a : $u_6 = 6 - 1 = 5$. La solution est donc : $u_6 = 5$.

►3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 1$, par :

$$\begin{cases} u_1 = 7 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 1 : u_{n+1} = u_n + 5. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 + 5 = 7 + 5 = 12 \\ u_3 &= u_2 + 5 = 12 + 5 = 17 \\ u_4 &= u_3 + 5 = 17 + 5 = 22 \\ u_5 &= u_4 + 5 = 22 + 5 = 27 \\ u_6 &= u_5 + 5 = 27 + 5 = 32 \end{aligned}$$

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 22$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = 17$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = 32$.

Corrigé de l'exercice 3

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_2 = -1$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on soustrait 7, on a : $u_3 = u_2 - 7 = -1 - 7 = -8$; $u_4 = u_3 - 7 = -8 - 7 = -15$.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = -8$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = -8$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = -15$.

►2. La suite u est définie pour $n \geqslant 1$ par : $u_n = 4n$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2. Le terme demandé est donc : $u_2 = 4 \times 2 = 8.0$. La solution est $u_2 = 8.0$.

b) Le terme de rang 3 est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = 4 \times 3 = 12.0$. La solution est donc : $u_3 = 12.0$.

c) On a : $u_4 = 4 \times 4 = 16.0$. La solution est donc : $u_4 = 16.0$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = -9 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = \frac{4}{5} u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= \frac{4}{5} u_2 = \frac{4}{5} \times (-9) = \frac{-36}{5} \\ u_4 &= \frac{4}{5} u_3 = \frac{4}{5} \times \frac{-36}{5} = \frac{-144}{25} \end{aligned}$$

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{-36}{5}$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = \frac{-36}{5}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{-144}{25}$.

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_3 = -7$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au sixième du précédent, on a : $u_4 = \frac{1}{6}u_3 = \frac{1}{6} \times -7 = \frac{-7}{6}$; $u_5 = \frac{1}{6}u_4 = \frac{1}{6} \times \frac{-7}{6} = \frac{-7}{36}$; $u_6 = \frac{1}{6}u_5 = \frac{1}{6} \times \frac{-7}{36} = \frac{-7}{216}$; $u_7 = \frac{1}{6}u_6 = \frac{1}{6} \times \frac{-7}{216} = \frac{-7}{1296}$.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{-7}{1296}$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = \frac{-7}{6}$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = \frac{-7}{216}$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = \frac{1}{5}n$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{1}{5} \times 6 = \frac{6}{5}$. La solution est $u_6 = \frac{6}{5}$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{1}{5} \times 4 = \frac{4}{5}$. La solution est donc : $u_4 = \frac{4}{5}$.

c) Ce terme a déjà été calculé, et $u_6 = \frac{6}{5}$.

►**3.** La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = 9 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 3 : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_4 &= \frac{1}{2}u_3 = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2} \\ u_5 &= \frac{1}{2}u_4 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{4} \\ u_6 &= \frac{1}{2}u_5 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{8} \\ u_7 &= \frac{1}{2}u_6 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{8} = \frac{9}{16} \end{aligned}$$

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{9}{16}$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = \frac{9}{2}$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = \frac{9}{8}$.

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_1 = 2$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à sept fois le précédent, on a : $u_2 = 7u_1 = 7 \times 2 = \frac{14}{1} = 14$; $u_3 = 7u_2 = 7 \times 14 = \frac{98}{1} = 98$; $u_4 = 7u_3 = 7 \times 98 = \frac{686}{1} = 686$; $u_5 = 7u_4 = 7 \times 686 = \frac{4802}{1} = 4802$; $u_6 = 7u_5 = 7 \times 4802 = \frac{33614}{1} = 33614$.

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = 98$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 33614$.

c) Nous avons calculé que : $u_3 = 98$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 0$ par : $u_n = \frac{8^n}{7n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2. Le terme demandé est donc : $u_2 = \frac{8^2}{7\times 2} = \frac{64}{14} = \frac{32}{7}$. La solution est $u_2 = \frac{32}{7}$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{8^6}{7\times 6} = \frac{262144}{42} = \frac{131072}{21}$. La solution est donc : $u_6 = \frac{131072}{21}$.

c) On a : $u_3 = \frac{8^3}{7\times 3} = \frac{512}{21}$. La solution est donc : $u_3 = \frac{512}{21}$.

►**3.** La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 1$, par :

$$\begin{cases} u_1 = 9 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 1 : u_{n+1} = u_n - 7. \end{cases}$$

$u_2 = u_1 - 7 = 9 - 7 = 2$

$u_3 = u_2 - 7 = 2 - 7 = -5$

$u_4 = u_3 - 7 = -5 - 7 = -12$

$u_5 = u_4 - 7 = -12 - 7 = -19$

$u_6 = u_5 - 7 = -19 - 7 = -26$

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = -5$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -26$.

c) Nous avons calculé que : $u_3 = -5$.