Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_0 = -9$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'inverse du précédent, on a : $u_1 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$; $u_2 = \frac{1}{u_1} = \frac{1}{-\frac{1}{9}} = -9$; $u_3 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$; $u_4 = \frac{1}{u_3} = \frac{1}{-\frac{1}{9}} = -9$; $u_5 = \frac{1}{u_4} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$; $u_6 = \frac{1}{u_5} = \frac{1}{-\frac{1}{9}} = -9$.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1. Le terme demandé est donc : $u_1 = -\frac{1}{9}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -9$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = -\frac{1}{9}$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 4$ par : $u_n = n - 10$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_4 ; le deuxième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = 5 - 10 = -5$. La solution est $u_5 = -5$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 6 - 10 = -4$. La solution est donc : $u_6 = -4$.

c) Ce terme a déjà été calculé, et $u_5 = -5$.

►**3.** La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = 8 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{2}{5}u_0 = \frac{2}{5} \times 8 = \frac{16}{5} \\
u_2 &= \frac{2}{5}u_1 = \frac{2}{5} \times \frac{16}{5} = \frac{32}{25} \\
u_3 &= \frac{2}{5}u_2 = \frac{2}{5} \times \frac{32}{25} = \frac{64}{125} \\
u_4 &= \frac{2}{5}u_3 = \frac{2}{5} \times \frac{64}{125} = \frac{128}{625} \\
u_5 &= \frac{2}{5}u_4 = \frac{2}{5} \times \frac{128}{625} = \frac{256}{3125} \\
u_6 &= \frac{2}{5}u_5 = \frac{2}{5} \times \frac{256}{3125} = \frac{512}{15625}
\end{aligned}$$

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1. Le terme demandé est donc : $u_1 = \frac{16}{5}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{512}{15625}$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = \frac{256}{3125}$.

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_1 = -6$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on soustrait 1, on a : $u_2 = u_1 - 1 = -6 - 1 = -7$; $u_3 = u_2 - 1 = -7 - 1 = -8$; $u_4 = u_3 - 1 = -8 - 1 = -9$; $u_5 = u_4 - 1 = -9 - 1 = -10$.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = -9$.

b) Le terme de rang 5 est : $u_5 = -10$.

c) Nous avons calculé que : $u_3 = -8$.

►**2.** La suite u est définie pour $n \geqslant 0$ par : $u_n = \frac{1}{2}n + 3$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{1}{2}\times 3+3 = \frac{3}{2}+\frac{3\times 2}{2} = \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2}$. La solution est $u_3 = \frac{9}{2}$.

b) Le terme de rang 5 est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{1}{2}\times 5+3 = \frac{5}{2}+\frac{3\times 2}{2} = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{11}{2}$.

c) Ce terme a déjà été calculé, et $u_3 = \frac{9}{2}$.

►3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = -7 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{1}{3}u_0 = \frac{1}{3}\times(-7) = \frac{-7}{3}\\
u_2 &= \frac{1}{3}u_1 = \frac{1}{3}\times\frac{-7}{3} = \frac{-7}{9}\\
u_3 &= \frac{1}{3}u_2 = \frac{1}{3}\times\frac{-7}{9} = \frac{-7}{27}\\
u_4 &= \frac{1}{3}u_3 = \frac{1}{3}\times\frac{-7}{27} = \frac{-7}{81}\\
u_5 &= \frac{1}{3}u_4 = \frac{1}{3}\times\frac{-7}{81} = \frac{-7}{243}
\end{aligned}$$

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{-7}{27}$.

b) Le terme de rang 5 est : $u_5 = \frac{-7}{243}$.

c) Nous avons calculé que : $u_3 = \frac{-7}{27}$.

Corrigé de l'exercice 3

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_2 = 8$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_3 = -u_2 = -8$; $u_4 = -u_3 = 8$; $u_5 = -u_4 = -8$.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = -8$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = -8$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = -8$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 0$ par : $u_n = \frac{4^n}{3n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{4^3}{3\times 3} = \frac{64}{9}$. La solution est $u_3 = \frac{64}{9}$.

b) Le terme de rang 3 est u_3. Ce terme a déjà été calculé, et $u_3 = \frac{64}{9}$.

c) On a : $u_5 = \frac{4^5}{3\times 5} = \frac{1024}{15}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{1024}{15}$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = 2 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 5. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_3 &= \frac{1}{3}u_2 + 5 = \frac{1}{3}\times 2 + 5 = \frac{2}{3} + \frac{5\times 3}{3} = \frac{2+15}{3} = \frac{17}{3}\\
u_4 &= \frac{1}{3}u_3 + 5 = \frac{1}{3}\times\frac{17}{3} + 5 = \frac{17}{9} + \frac{5\times 9}{9} = \frac{17+45}{9} = \frac{62}{9}\\
u_5 &= \frac{1}{3}u_4 + 5 = \frac{1}{3}\times\frac{62}{9} + 5 = \frac{62}{27} + \frac{5\times 27}{27} = \frac{62+135}{27} = \frac{197}{27}
\end{aligned}$$

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{197}{27}$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = \frac{17}{3}$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = \frac{197}{27}$.

Corrigé de l'exercice 4

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_0 = 0$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_1 = -u_0 = 0$; $u_2 = -u_1 = 0$; $u_3 = -u_2 = 0$; $u_4 = -u_3 = 0$; $u_5 = -u_4 = 0$.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = 0$.

b) Le terme de rang 5 est : $u_5 = 0$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 0$.

►2. La suite u est définie pour $n \geqslant 3$ par : $u_n = \frac{10^n}{9n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = \frac{10^8}{9\times8} = \frac{100000000}{72} = \frac{12500000}{9}$. La solution est $u_8 = \frac{12500000}{9}$.

b) Le terme de rang 5 est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{10^5}{9\times5} = \frac{100000}{45} = \frac{20000}{9}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{20000}{9}$.

c) On a : $u_4 = \frac{10^4}{9\times4} = \frac{10000}{36} = \frac{2500}{9}$. La solution est donc : $u_4 = \frac{2500}{9}$.

►3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 1$, par :

$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 1 : u_{n+1} = u_n - 6. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_2 &= u_1 - 6 = -2 - 6 = -8 \\
u_3 &= u_2 - 6 = -8 - 6 = -14 \\
u_4 &= u_3 - 6 = -14 - 6 = -20 \\
u_5 &= u_4 - 6 = -20 - 6 = -26 \\
u_6 &= u_5 - 6 = -26 - 6 = -32
\end{aligned}$$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4 ; le cinquième terme est u_5 ; le sixième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = -32$.

b) Le terme de rang 5 est : $u_5 = -26$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = -20$.

Corrigé de l'exercice 5

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_2 = 4$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'inverse du précédent, on a : $u_3 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{4}$; $u_4 = \frac{1}{u_3} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$; $u_5 = \frac{1}{u_4} = \frac{1}{4}$; $u_6 = \frac{1}{u_5} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$; $u_7 = \frac{1}{u_6} = \frac{1}{4}$; $u_8 = \frac{1}{u_7} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7 ; le septième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = 4$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 4$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = 4$.

►2. La suite u est définie pour $n \geqslant 3$ par : $u_n = \frac{3}{5}n + 9$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8 ; le septième terme est u_9. Le terme demandé est donc : $u_9 = \frac{3}{5} \times 9 + 9 = \frac{27}{5} + \frac{9\times5}{5} = \frac{27+45}{5} = \frac{72}{5}$. La solution est $u_9 = \frac{72}{5}$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{3}{5} \times 4 + 9 = \frac{12}{5} + \frac{9\times5}{5} = \frac{12+45}{5} = \frac{57}{5}$. La solution est donc : $u_4 = \frac{57}{5}$.

c) On a : $u_6 = \frac{3}{5} \times 6 + 9 = \frac{18}{5} + \frac{9\times5}{5} = \frac{18+45}{5} = \frac{63}{5}$. La solution est donc : $u_6 = \frac{63}{5}$.

►3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = -5 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 3 : u_{n+1} = u_n + 10. \end{cases}$$

$$u_4 = u_3 + 10 = -5 + 10 = 5$$
$$u_5 = u_4 + 10 = 5 + 10 = 15$$
$$u_6 = u_5 + 10 = 15 + 10 = 25$$
$$u_7 = u_6 + 10 = 25 + 10 = 35$$
$$u_8 = u_7 + 10 = 35 + 10 = 45$$
$$u_9 = u_8 + 10 = 45 + 10 = 55$$

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8 ; le septième terme est u_9. Le terme demandé est donc : $u_9 = 55$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 5$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = 25$.