Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$721 = 7 \times 103$

$$\begin{aligned}384 &= 2 \times 192\\ &= 2 \times 2 \times 96\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 48\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 24\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 12\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3\end{aligned}$$

937 est un nombre premier.

$$\begin{aligned}176 &= 2 \times 88\\ &= 2 \times 2 \times 44\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 22\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11\end{aligned}$$

97 est un nombre premier.

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 176 et 384.

D'après la question 1), on sait que les nombres 176 et 384 ont comme facteurs premiers communs : $2, 2, 2, 2$.

On en déduit que le PGCD des nombres 176 et 384 est : $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 176 et de 384.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.
Donc : $PPCM(176;\ 384) = \dfrac{176 \times 384}{16} = 4\,224$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.
Comme $PGCD(176;\ 384) = 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$, alors les "facteurs complémentaires" de $176 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11$ est : 11. On en déduit que $PPCM(176;\ 384) = 384 \times 11 = 4\,224$.

►**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 97 est lui-même, car c'est un nombre premier. Il faut donc encore multiplier ce nombre par le facteur 97.

Le nombre cherché est par conséquent 97 et le carré parfait obtenu est $9\,409$.

►**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(176 ; 384) = 16, donc on obtient :
$\dfrac{176_{\div 16}}{384_{\div 16}} = \dfrac{11}{24}$.

►**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 176 et 384, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.
$\dfrac{42_{\times 24}}{176_{\times 24}} + \dfrac{25_{\times 11}}{384_{\times 11}} = \dfrac{1\,008}{4\,224} + \dfrac{275}{4\,224} = \dfrac{1\,283}{4\,224}$.

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$$\begin{aligned}704 &= 2 \times 352\\ &= 2 \times 2 \times 176\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 88\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 44\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 22\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}255 &= 3 \times 85\\ &= 3 \times 5 \times 17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}798 &= 2 \times 399\\ &= 2 \times 3 \times 133\\ &= 2 \times 3 \times 7 \times 19\end{aligned}$$

733 est un nombre premier.

$$\begin{aligned}735 &= 3 \times 245\\ &= 3 \times 5 \times 49\\ &= 3 \times 5 \times 7 \times 7\end{aligned}$$

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 798 et 735.

D'après la question 1), on sait que les nombres 798 et 735 ont comme facteurs premiers communs : $3, 7$.

On en déduit que le PGCD des nombres 798 et 735 est : $3 \times 7 = 21$.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 798 et de 735.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.
Donc : $PPCM(798;\ 735) = \dfrac{798 \times 735}{21} = 27\,930$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.
Comme $PGCD(798;\ 735) = 21 = 3\times7$, alors les "facteurs complémentaires" de $798 = 2\times3\times7\times19$ sont : 2 , 19. On en déduit que $PPCM(798;\ 735) = 735 \times 2 \times 19 = 27\,930$.

►**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 255 est :

$255 = 3 \times 5 \times 17$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 3 , 5 et 17.

Le nombre cherché est par conséquent 255 et le carré parfait obtenu est $65\,025$.

►**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(798 ; 735) = 21, donc on obtient :

$\dfrac{798_{\div 21}}{735_{\div 21}} = \dfrac{38}{35}$.

►**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 798 et 735, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.

$\dfrac{14_{\times 35}}{798_{\times 35}} + \dfrac{13_{\times 38}}{735_{\times 38}} = \dfrac{490}{27\,930} + \dfrac{494}{27\,930} = \dfrac{984_{\div 6}}{27\,930_{\div 6}} = \dfrac{164}{4\,655}$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$$\begin{aligned}3700 &= 2 \times 1850\\ &= 2 \times 2 \times 925\\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 185\\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 37\end{aligned}$$

$497 = 7 \times 71$

$$\begin{aligned}3700 &= 2 \times 1850\\ &= 2 \times 2 \times 925\\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 185\\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 37\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}592 &= 2 \times 296\\ &= 2 \times 2 \times 148\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 74\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 37\end{aligned}$$

797 est un nombre premier.

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 3 700 et 3 700.

D'après la question 1), on sait que les nombres 3 700 et 3 700 ont comme facteurs premiers communs : $2, 2, 5, 5, 37$.

On en déduit que le PGCD des nombres 3 700 et 3 700 est : $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 37 = 3\,700$.

3 700 est un multiple de 3 700, donc leur PPCM est directement 3 700.

►**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 592 est :

$592 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 37$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par le facteur 37.

Le nombre cherché est par conséquent 37 et le carré parfait obtenu est 21 904.

►**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(3 700 ; 3 700) = 3 700, donc on obtient :

$\dfrac{3\,700_{\div 3\,700}}{3\,700_{\div 3\,700}} = \dfrac{1}{1}$.

►**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 3 700 et 3 700, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.

$\dfrac{26_{\times 1}}{3\,700_{\times 1}} + \dfrac{16_{\times 1}}{3\,700_{\times 1}} = \dfrac{26}{3\,700} + \dfrac{16}{3\,700} = \dfrac{42_{\div 2}}{3\,700_{\div 2}} = \dfrac{21}{1\,850}$.

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

257 est un nombre premier.

$$\begin{aligned}1360 &= 2 \times 680\\ &= 2 \times 2 \times 340\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 170\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 85\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}306 &= 2 \times 153\\ &= 2 \times 3 \times 51\\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 17\end{aligned}$$

$685 = 5 \times 137$

$667 = 23 \times 29$

▶2. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 306 et 1 360.

D'après la question 1), on sait que les nombres 306 et 1 360 ont comme facteurs premiers communs : $2, 17$.

On en déduit que le PGCD des nombres 306 et 1 360 est : $2 \times 17 = 34$.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 306 et de 1 360.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.

Donc : $PPCM(306;\ 1\,360) = \dfrac{306 \times 1\,360}{34} = 12\,240$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.

Comme $PGCD(306;\ 1\,360) = 34 = 2 \times 17$, alors les "facteurs complémentaires" de $306 = 2 \times 3 \times 3 \times 17$ sont : 3 , 3. On en déduit que $PPCM(306;\ 1\,360) = 1\,360 \times 3 \times 3 = 12\,240$.

▶3. Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 685 est :

$685 = 5 \times 137$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 5 et 137.

Le nombre cherché est par conséquent 685 et le carré parfait obtenu est 469 225.

▶4. Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(306 ; 1 360) = 34, donc on obtient :

$\dfrac{306_{\div 34}}{1\,360_{\div 34}} = \dfrac{9}{40}$.

▶5. Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 306 et 1 360, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.

$\dfrac{45_{\times 40}}{306_{\times 40}} + \dfrac{10_{\times 9}}{1\,360_{\times 9}} = \dfrac{1\,800}{12\,240} + \dfrac{90}{12\,240} = \dfrac{1\,890_{\div 90}}{12\,240_{\div 90}} = \dfrac{21}{136}$.