Corrigé de l'exercice 1

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A=\dfrac{\dfrac{-2}{3}+4}{\dfrac{-6}{5}-3}$$

$$A=\dfrac{\dfrac{-2}{3}+\dfrac{4_{\times 3}}{1_{\times 3}}}{\dfrac{-6}{5}-\dfrac{3_{\times 5}}{1_{\times 5}}}$$

$$A=\dfrac{\dfrac{-2}{3}+\dfrac{12}{3}}{\dfrac{-6}{5}-\dfrac{15}{5}}$$

$$A=\dfrac{10}{3}\div\dfrac{-21}{5}$$

$$A=\dfrac{10}{3}\times\dfrac{-5}{21}$$

$$A=\dfrac{10}{-3\times\cancel{1}}\times\dfrac{5\times\cancel{1}}{21}$$

$$\boxed{A=\dfrac{-50}{63}}$$

$$B=\dfrac{-28}{5}-\dfrac{36}{25}\times\dfrac{25}{36}$$

$$B=\dfrac{-28}{5}-\dfrac{1\times\cancel{36}}{1\times\cancel{25}}\times\dfrac{1\times\cancel{25}}{1\times\cancel{36}}$$

$$B=\dfrac{-28}{5}-1$$

$$B=\dfrac{-28}{5}-\dfrac{1_{\times 5}}{1_{\times 5}}$$

$$B=\dfrac{-28}{5}-\dfrac{5}{5}$$

$$\boxed{B=\dfrac{-33}{5}}$$

$$C=\dfrac{3}{10}\times\left(\dfrac{12}{5}-\dfrac{-9}{4}\right)$$

$$C=\dfrac{3}{10}\times\left(\dfrac{12_{\times 4}}{5_{\times 4}}-\dfrac{-9_{\times 5}}{4_{\times 5}}\right)$$

$$C=\dfrac{3}{10}\times\left(\dfrac{48}{20}-\dfrac{-45}{20}\right)$$

$$C=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{93}{20}$$

$$C=$$

$$\boxed{C=\dfrac{279}{200}}$$

Corrigé de l'exercice 2

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A=\dfrac{0{,}6\times10^{-9}\times6{,}3\times10^{-5}}{144\times\left(10^{9}\right)^{2}}$$

$$A=\dfrac{0{,}6\times6{,}3}{144}\times\dfrac{10^{-9+(-5)}}{10^{9\times2}}$$

$$A=0{,}026\ 25\times10^{-14-18}$$

$$A=2{,}625\times10^{-2}\times10^{-32}$$

$$\boxed{A=2{,}625\times10^{-34}}$$

$$B=\dfrac{36\times10^{9}\times3\ 000\times10^{-6}}{15\times\left(10^{-5}\right)^{4}}$$

$$B=\dfrac{36\times3\ 000}{15}\times\dfrac{10^{9+(-6)}}{10^{-5\times4}}$$

$$B=7\ 200\times10^{3-(-20)}$$

$$B=7{,}2\times10^{3}\times10^{23}$$

$$\boxed{B=7{,}2\times10^{26}}$$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Les nombres 25 545 et 5 785 sont-ils premiers entre eux ?
25 545 et 5 785 se terminent tous les deux par zéro ou cinq donc ils sont divisibles par 5.
25 545 et 5 785 ne sont donc pas premiers entre eux

▶**2.** Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 25 545 et 5 785.
On calcule le PGCD des nombres 25 545 et 5 785 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$25\ 545=5\ 785\times4+2\ 405$

$5\ 785=2\ 405\times2+975$

$2\ 405 = 975 \times 2 + 455$

$975 = 455 \times 2 + 65$

$455 = 65 \times 7 + 0$

$\boxed{\text{Donc le PGCD de } 25\ 545 \text{ et } 5\ 785 \text{ est } 65}$.

▶3. Simplifier la fraction $\dfrac{25\ 545}{5\ 785}$ pour la rendre irréductible en indiquant la méthode.

$$\frac{25\ 545}{5\ 785} = \frac{25\ 545 \div 65}{5\ 785 \div 65}$$
$$= \boxed{\frac{393}{89}}$$

Corrigé de l'exercice 4

On donne $A = -(6\,x - 1)\,(-2\,x + 4) + 36\,x^2 - 1$.

▶1. Développer et réduire A.

$A = -(6\,x - 1)\,(-2\,x + 4) + 36\,x^2 - 1$

$A = -(-12\,x^2 + 24\,x + 2\,x + (-4)) + 36\,x^2 - 1$

$A = 12\,x^2 - 26\,x + 4 + 36\,x^2 - 1$

$\boxed{A = 48\,x^2 - 26\,x + 3}$

▶2. Factoriser A.

$A = -(6\,x - 1)\,(-2\,x + 4) + 36\,x^2 - 1$

$A = -(6\,x - 1)\,(-2\,x + 4) + (6\,x)^2 - 1^2$

$A = -(6\,x - 1)\,(-2\,x + 4) + (6\,x - 1)\,(6\,x + 1)$

$A = (6\,x - 1)\,\big(-(-2\,x + 4) + 6\,x + 1\big)$

$A = (6\,x - 1)\,(2\,x - 4 + 6\,x + 1)$

$\boxed{A = (6\,x - 1)\,(8\,x - 3)}$

▶3. Calculer A pour $x = \dfrac{-7}{8}$.

Nous savons que $A = 48\,x^2 - 26\,x + 3$. Donc pour $x = \dfrac{-7}{8}$:

$$A = 48 \times \left(\frac{-7}{8}\right)^2 - 26 \times \left(\frac{-7}{8}\right) + 3$$

$$A = \frac{3 \times \cancel{16}}{1} \times \frac{49}{4 \times \cancel{16}} + \frac{-13 \times \cancel{2}}{-1 \times \cancel{-1}} \times \frac{7 \times \cancel{-1}}{4 \times \cancel{2}} + 3$$

$$A = \frac{147}{4} + \frac{91}{4} + \frac{12}{4}$$

$$\boxed{A = \frac{250}{4} = \frac{125}{2}}$$

▶**4.** Résoudre l'équation $A = 0$.
Nous savons que $A = (6\,x - 1)\,(8\,x - 3)$. Nous devons donc résoudre $(6\,x - 1)\,(8\,x - 3) = 0$.
Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$6\,x - 1 = 0$ ou $8\,x - 3 = 0$

$6\,x = 1$ ou $8\,x = 3$

$x = \dfrac{1}{6}$ ou $x = \dfrac{3}{8}$

$\boxed{\text{Les solutions de cette équation sont } \dfrac{1}{6} \text{ et } \dfrac{3}{8}.}$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = 3\sqrt{80} - \sqrt{20} + 2\sqrt{45}$

$A = 3\sqrt{16} \times \sqrt{5} - \sqrt{4} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{9} \times \sqrt{5}$

$A = 3 \times 4 \times \sqrt{5} - 1 \times 2 \times \sqrt{5} + 2 \times 3 \times \sqrt{5}$

$A = 12\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

$\boxed{A = 16\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{45} \times \sqrt{80} \times \sqrt{20}$

$B = \sqrt{9} \times \sqrt{5} \times \sqrt{16} \times \sqrt{5} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$B = 3 \times \sqrt{5} \times 4 \times \sqrt{5} \times 2 \times \sqrt{5}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{5}\right)^2 \times \sqrt{5}$

$B = 24 \times 5 \times \sqrt{5}$

$\boxed{B = 120\sqrt{5}}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(4\sqrt{3} + 3\sqrt{10}\right)^2$

$C = \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 2 \times 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{10} + \left(3\sqrt{10}\right)^2$

$C = 16 \times 3 + 24\sqrt{30} + 9 \times 10$

$\boxed{C = 138 + 24\sqrt{30}}$

$D = \left(3\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)^2$

$D = \left(3\sqrt{7}\right)^2 - 2 \times 3\sqrt{7} \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$

$D = 9 \times 7 - 6\sqrt{14} + 1 \times 2$

$\boxed{D = 65 - 6\sqrt{14}}$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 - 2\sqrt{6}\right)\left(3 + 2\sqrt{6}\right)$

$E = 3^2 - \left(2\sqrt{6}\right)^2$

$E = 9 - 4 \times 6$

$\boxed{E = -15}$

$F = \dfrac{16\sqrt{27}}{6\sqrt{48}}$

$F = \dfrac{16 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{3}}}{6 \times \sqrt{16} \times \cancel{\sqrt{3}}}$

$F = \dfrac{16 \times 3}{6 \times 4}$

$\boxed{F = 2}$

Corrigé de l'exercice 6

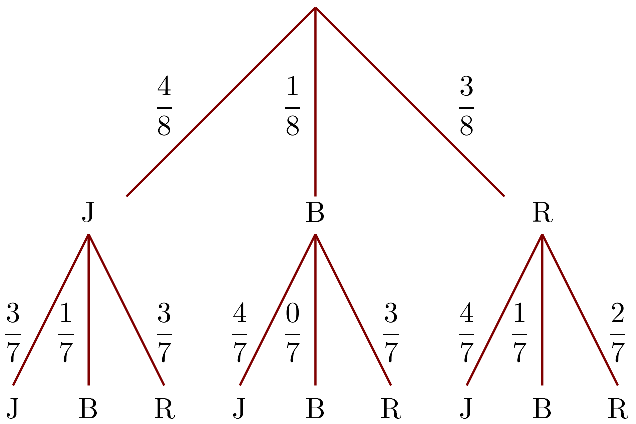
Dans une urne, il y a 4 boules jaunes (J), 1 boule bleue (B) et 3 boules rouges (R), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules.

►1. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue au premier tirage ?

Il y a 8 boules dans l'urne dont 1 boule bleue.

La probabilité de tirer une boule bleue au premier tirage est donc $\frac{1}{8}$.

►2. Construire un arbre des probabilités décrivant l'expérience aléatoire.



►3. Quelle est la probabilité que la première boule soit rouge et la deuxième soit bleue ?

On utilise l'arbre construit précédemment.

$p(R,B) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{56}$

La probabilité que la première boule soit rouge et la deuxième soit bleue est égale à $\frac{3}{56}$.

►4. Quelle est la probabilité que la deuxième boule soit jaune ?

On note (?, J) l'évènement : la deuxième boule tirée est jaune.

$p(?,J) = p(J,J) + p(B,J) + p(R,J,) = \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{28}{56}$