

🌀 Corrigé du baccalauréat ES/L – Antilles-Guyane 🌀

7 septembre 2020

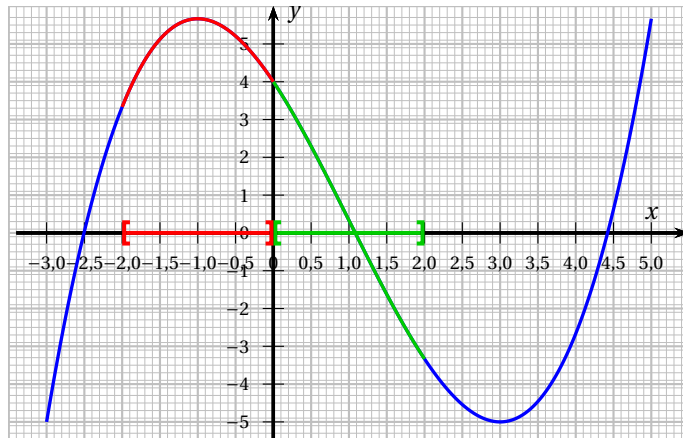
Exercice 1

6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 5]$. La courbe ci-contre est la courbe représentative de la **fonction dérivée** f' de f .



1. La fonction f est croissante sur l'intervalle :

a. $[1,5 ; 4]$

b. $[-2 ; 0]$

c. $[0 ; 2]$

d. $[3 ; 4]$

La fonction f est croissante sur les intervalles sur lesquels la fonction dérivée f' est positive, c'est-à-dire quand la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.

Réponse b.

2. La fonction f est concave sur l'intervalle :

a. $[1,5 ; 4]$

b. $[-2 ; 0]$

c. $[0 ; 2]$

d. $[3 ; 4]$

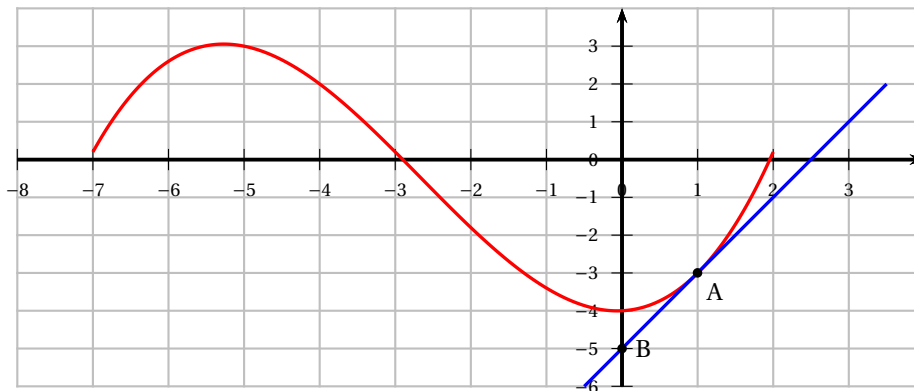
La fonction f est concave sur les intervalles sur lesquels la fonction dérivée f' est décroissante.

Réponse c.

Partie B

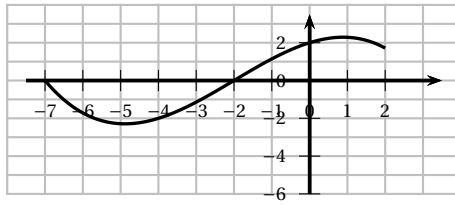
La courbe ci-dessous représente une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[-7 ; 2]$.

La tangente au point $A(1 ; -3)$ coupe l'axe des ordonnées au point $B(0 ; -5)$.

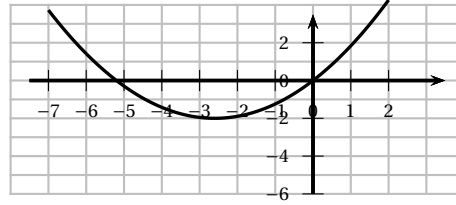


3. L'une des quatre courbes suivantes représente la fonction g' dérivée de la fonction g . Laquelle?

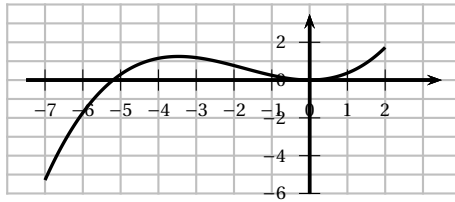
a.



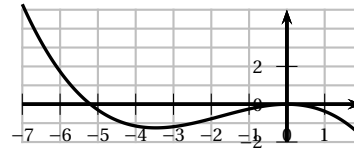
b.



c.



d.



Sur l'intervalle $[-7 ; 2]$, la fonction g est croissante puis décroissante puis croissante; sa dérivée g' est donc positive puis négative puis positive.

Réponse b.

4. L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point A est :

a. $y = -3x + 1$

b. $y = x - 5$

c. $y = 2x - 5$

d. $y = x - 4$

Le coefficient directeur de la tangente est $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-3 - (-5)}{1 - 0} = 2$.

L'ordonnée à l'origine est $y_B = -5$.

Donc la tangente a pour équation $y = 2x - 5$.

Réponse c.

Partie C

5. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des réels par $f(x) = 5e^{-\frac{x}{3}}$. On note f' la fonction dérivée de f et, pour tout réel x ,

a. $f'(x) = \frac{-5x}{3} e^{-\frac{x}{3}}$

b. $f'(x) = 5e^{-\frac{x}{3}}$

c. $f'(x) = \frac{-5}{3} e^{-\frac{x}{3}}$

d. $f'(x) = e^{-\frac{x}{3}}$

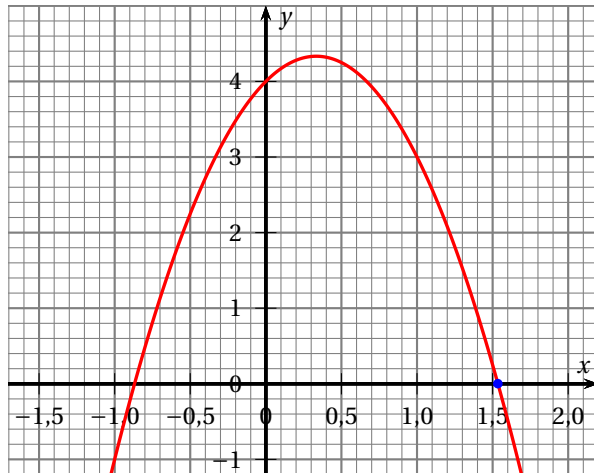
La dérivée de la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est la fonction $x \mapsto u'(x) e^{u(x)}$.

Réponse c.

6. On considère la courbe ci-dessous représentative de la fonction f définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = -3x^2 + 2x + 4$.

Dans l'algorithme ci-dessous, a et b sont deux réels.

Quelle est la valeur de a en sortie de l'algorithme?



```

a ← 0
b ← 4
Tant que b > 0
  a ← a + 0,01
  b ← -3a2 + 2a + 4
Fin Tant que

```

a. 1,54

b. 1,48

c. -0,86

d. -0,87

Dans l'algorithme, b représente $f(a)$ pour $a \geq 0$.

On sort de la boucle « Tant que » dès que b est négatif ou nul, donc dès que la courbe passe en dessous de l'axe des abscisses; d'après le graphique, c'est un peu après 1,5.

Réponse a.

Exercice 2

5 points

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération.

Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5 % par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1^{er} janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine.

Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets.

On admet que la situation peut être modélisée par une suite (u_n) dont le terme général u_n donne, pour tout entier naturel n , une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année 2019 + n . On a ainsi $u_0 = 300$.

Partie A

1.
 - a. On retire 5 % à 300 000, cela donne 285 000; puis on ajoute 12 000 tonnes, ce qui fait un total de 297 000 tonnes en 2020. Donc $u_1 = 297$.
 - b. Retirer 5 %, c'est multiplier par $1 - \frac{5}{100} = 0,95$. Puis on ajoute 12 milliers, donc on passe de u_n , tonnage l'année n , à u_{n+1} , tonnage de l'année $n + 1$, en multipliant par 0,95 puis en ajoutant 12 : donc pour tout n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 240$.
On a donc $u_n = v_n + 240$.
 - a.
 - $v_{n+1} = u_{n+1} - 240 = 0,95u_n + 12 - 240 = 0,95(v_n + 240) - 228 = 0,95v_n + 228 - 228 = 0,95v_n$
 - $v_0 = u_0 - 240 = 300 - 240 = 60$
 Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $v_0 = 60$.
 - b. On en déduit que, pour tout n , $v_n = v_0 \times q^n = 60 \times 0,95^n$.

- c. Comme $u_n = v_n + 240$, on déduit que, pour tout entier naturel n , $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$.
3. $0 < 0,95 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,95^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 60 \times 0,95^n = 0$, et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 240$.
Cela signifie que le tonnage de déchets recyclés va tendre vers 240 000 tonnes.

Partie B

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

- Si la diminution des déchets suit les prévisions des experts, le tonnage des déchets recyclés sera en 2039, soit pour $n = 20$ de u_{20} milliers de tonnes.
 $u_{20} = 60 \times 0,95^{20} + 240 \approx 261,509$; donc le tonnage en 2039 est d'environ 261 509 tonnes.
On veut une baisse de 15 % par rapport à 2019, soit un tonnage de $300\,000 \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 255\,000$ tonnes.
L'objectif ne sera donc pas atteint.
- Dans l'algorithme ci-dessous N est un nombre entier et U un nombre réel.
On complète l'algorithme afin que la variable N contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

```

N ← 2019
U ← 300
Tant que U > 255
    N ← N + 1
    U ← 0,95 × U + 12
Fin Tant que
  
```

- $u_{27} \approx 255,02 > 255$ et $u_{28} \approx 254,27 \leq 255$ donc l'objectif sera atteint en $2019 + 28$ soit en 2047.

Exercice 2

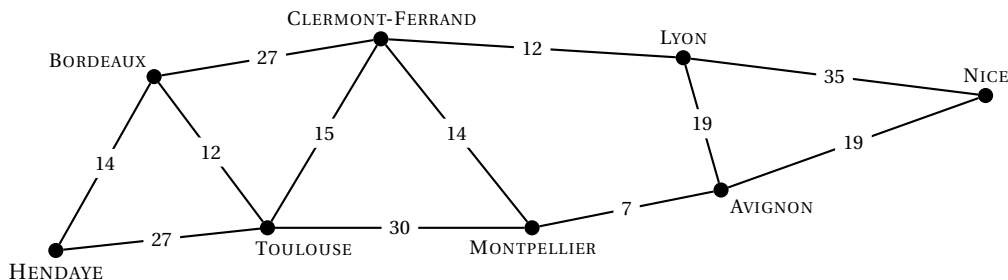
5 points

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Le graphe ci-dessous représente le tarif moyen, en euro, demandé sur un site de covoiturage pour effectuer le trajet entre des villes du sud de la France.



On désignera chaque ville par son initiale : A, B, C, H, L, M, N ou T.

1.
 - a. Il n'y a pas d'arête reliant B à M donc le graphe n'est pas complet.
 - b. Deux arêtes quelconques peuvent être reliées par un chemin donc le graphe est connexe. Par exemple, le chemin B - C - L - N - A - M - T - H relie tous les sommets entre eux.
 - c. Une chaîne eulérienne est un chemin qui part d'un sommet et parcourt toutes les arêtes une fois et une seule. D'après le théorème d'Euler, il existe une chaîne eulérienne si le graphe a 0 ou 2 sommets de degrés impairs. Les sommets A, B, L et M sont de degré 3 donc impair, donc il n'existe pas de chaîne eulérienne dans ce graphe.
2. Une personne veut aller de Hendaye à Nice. On détermine, au moyen de l'algorithme de DIJKSTRA, le trajet qui est le plus économique.

H	A	B	C	L	M	N	T	On garde
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	H
	∞	∞ 14 H	∞	∞	∞	∞	∞ 27 H	B
	∞		∞ 41 B	∞	∞	∞	27 H 26 B	T
	∞		41 B 41 T	∞	∞ 56 T	∞		C
	∞			∞ 53 C	56 T 55 C	∞		L
	∞ 72 L				55 C	∞ 88 L		M
	72 L 62 M					88 L		A
						88 L 81 A		N

Le trajet le plus économique pour aller de Hendaye à Nice est :

$H \xrightarrow{14} B \xrightarrow{27} C \xrightarrow{14} M \xrightarrow{7} A \xrightarrow{19} N$; il coûte 81 €.

Partie B

Un commercial d'une société basée à Montpellier effectue toujours les mêmes trajets : Montpellier-Toulouse, Montpellier-Clermont Ferrand et Montpellier-Avignon.

Au total, il a effectué 40 trajets aller-retour au cours de cette année en ayant parcouru 19 200 km et roulé 236 heures. On donne les renseignements suivants :

	Distance du trajet aller-retour (en km)	Durée totale du trajet aller-retour (en h)
Montpellier- Toulouse	480	5
Montpellier-Clermont Ferrand	680	9
Montpellier-Avignon	200	3

On se propose de déterminer combien de trajets aller-retour de chaque sorte il a effectué.

On note :

x , le nombre de trajets aller-retour Montpellier- Toulouse;

y , le nombre de trajets aller-retour Montpellier-Clermont Ferrand;

z , le nombre de trajets aller-retour Montpellier-Avignon.

1. On examine les contraintes.

- Le nombre total de trajets est 40 donc $x + y + z = 40$.
- - x trajets aller-retour M-T correspondent à une distance en km de $480x$;
 - y trajets aller-retour M-C correspondent à une distance en km de $680y$;
 - z trajets aller-retour M-A correspondent à une distance en km de $200z$.

Le commercial a fait en tout 19 200 km donc $480x + 680y + 400z = 19200$ ce qui donne en simplifiant par 40 : $12x + 17y + 5z = 480$.

- - x trajets aller-retour M-T correspondent à une durée en h de $5x$;
 - y trajets aller-retour M-C correspondent à une durée en h de $9y$;
 - z trajets aller-retour M-A correspondent à une durée en h de $3z$.

Le commercial a roulé en tout 236 h donc $5x + 9y + 3z = 236$.

Donc x , y et z sont solutions du système :
$$\begin{cases} x + y + z = 40 \\ 12x + 17y + 5z = 480 \\ 5x + 9y + 3z = 236 \end{cases} .$$

2. On écrit le système sous forme matricielle :
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & 17 & 5 \\ 5 & 9 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 480 \\ 236 \end{pmatrix}$$

Donc on prend $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & 17 & 5 \\ 5 & 9 & 3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 40 \\ 480 \\ 236 \end{pmatrix}$ pour écrire le système $AX = B$.

3. Si la matrice A est inversible, $AX = B \iff X = A^{-1}B$ et on trouve à la calculatrice que $X = \begin{pmatrix} 16 \\ 14 \\ 10 \end{pmatrix}$.

Le commercial a donc effectué 16 trajets aller-retour Montpellier–Toulouse, 14 trajets aller-retour Montpellier–Clermont-Ferrand, et 10 trajets aller-retour Montpellier–Avignon.

EXERCICE 3

6 points

Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

D'après le recensement de 2017 effectué dans une agglomération, on dénombre 385 628 habitants dont 276 110 qui résident dans la zone dite urbaine et le reste dans la zone dite rurale.

Les nouvelles lignes de tramway desservent la zone urbaine et la zone rurale. Une enquête fait apparaître que 60 % des habitants de la zone urbaine utilisent régulièrement le tramway dans leurs déplacements.

Un habitant de l'agglomération, pris au hasard, est interrogé et on note :

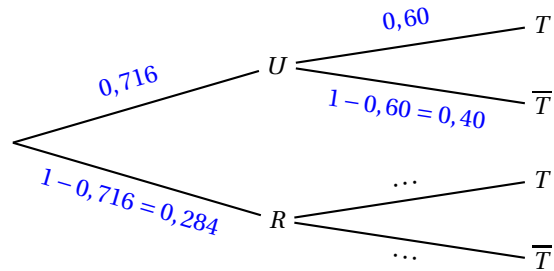
U l'évènement « l'habitant de l'agglomération réside dans la zone urbaine » ;

R l'évènement « l'habitant de l'agglomération réside dans la zone rurale » ;

T l'évènement « l'habitant de l'agglomération utilise régulièrement le tramway ».

1. Il y a équiprobabilité donc $p(U) = \frac{276110}{385628} \approx 0,716$.

2. On complète l'arbre ci-dessous :

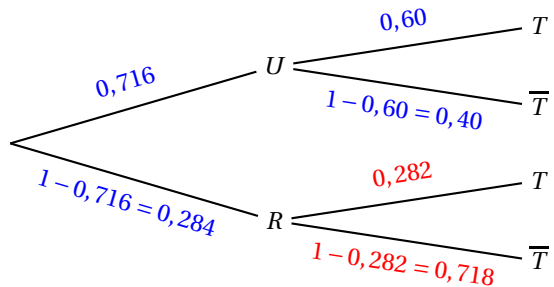


3. La probabilité que l'habitant de l'agglomération interrogé réside dans la zone urbaine et utilise régulièrement le tramway est : $p(U \cap T) = p(U) \times p_U(T) = 0,716 \times 0,6 \approx 0,430$.

4. On donne $p(T) = 0,51$.

$p(T) = p(U \cap T) + p(R \cap T) = p(U \cap T) + p(R) \times p_R(T)$ donc $0,51 = 0,430 + 0,284 \times p_R(T)$; on en déduit que $p_R(T) = \frac{0,51 - 0,430}{0,284} \approx 0,282$.

On peut compléter l'arbre :



5. À présent, on interroge au hasard un habitant qui utilise régulièrement le tramway.

La probabilité qu'il habite dans la zone urbaine est : $p_T(U) = \frac{p(U \cap T)}{p(T)} \approx \frac{0,430}{0,51} \approx 0,843$.

Partie B

Les pouvoirs publics étudient le trajet le plus fréquenté, à savoir celui de la ligne A qui part à 7 h 30 du terminus T1 pour rejoindre le terminus T2. Pour cela, on mesure sur une année la durée, en minute, de ce trajet.

On admet que cette durée peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 65$ et d'écart type $\sigma = 7$.

1. La probabilité que la durée d'un trajet sur la ligne A partant à 7 h 30 du terminus T1 soit inférieure à une heure, c'est-à-dire 60 minutes, est $p(X < 60) \approx 0,238$.

2. On suppose que les durées des trajets d'un jour à l'autre sont indépendantes.

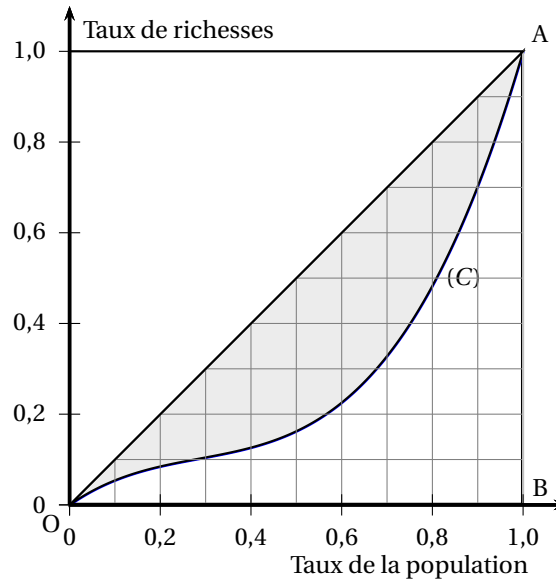
Un utilisateur emprunte ce trajet 180 fois dans l'année.

On appelle T la variable aléatoire qui donne, sur 180, le nombre de trajets ayant une durée inférieure à une heure; la variable aléatoire T suit la loi binomiale de paramètres $n = 180$ et $p = 0,238$.

La probabilité qu'il ait au plus 40 fois une durée de trajet inférieure à une heure dans l'année est : $p(T \leq 40) \approx 0,346$.

EXERCICE 4**3 points****Commun à tous les candidats**

La courbe (C) ci-dessous rend compte de la concentration des richesses des habitants d'un certain pays en 2017. La courbe (C) a pour équation $y = 2,1x^3 - 1,8x^2 + 0,7x$ sur l'intervalle $[0; 1]$. On admet que sur l'intervalle $[0; 1]$, la courbe (C) est située au-dessous du segment [OA] d'équation $y = x$.



On définit le coefficient de Gini γ par le quotient $\gamma = \frac{\text{aire de la partie grisée}}{\text{aire du triangle OBA}}$.

On admet que le coefficient de Gini γ a les propriétés suivantes :

- $0 \leq \gamma \leq 1$.
- Plus γ est grand, plus la répartition des richesses au sein de la population est inégalitaire.

Le coefficient de Gini en France en 2017 était de 0,289.

Pour calculer le coefficient de Gini du pays étudié, il faut calculer l'aire de la partie grisée. Pour cela on va calculer l'aire \mathcal{A} de la région du plan comprise entre la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Comme la courbe (C) est au-dessus de l'axe des abscisses, $\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx$, où f est définie par $f(x) = 2,1x^3 - 1,8x^2 + 0,7x$.

On cherche une primitive F de la fonction f : $F(x) = 2,1 \frac{x^4}{4} - 1,8 \frac{x^3}{3} + 0,7 \frac{x^2}{2} = 0,525x^4 - 0,6x^3 + 0,35x^2$.

$$\mathcal{A} = F(1) - F(0) = 0,525 - 0,6 + 0,35 - 0 = 0,275$$

L'aire de la partie grisée est donc l'aire du triangle OBA moins l'aire sous la courbe, soit $0,5 - 0,275 = 0,225$.

Le coefficient de Gini du pays étudié est donc $\gamma = \frac{\text{aire de la partie grisée}}{\text{aire du triangle OBA}} = \frac{0,225}{0,5} = 0,45$.

Ce coefficient de Gini est supérieur à celui de la France donc on peut dire que le pays étudié est plus inégalitaire que la France.